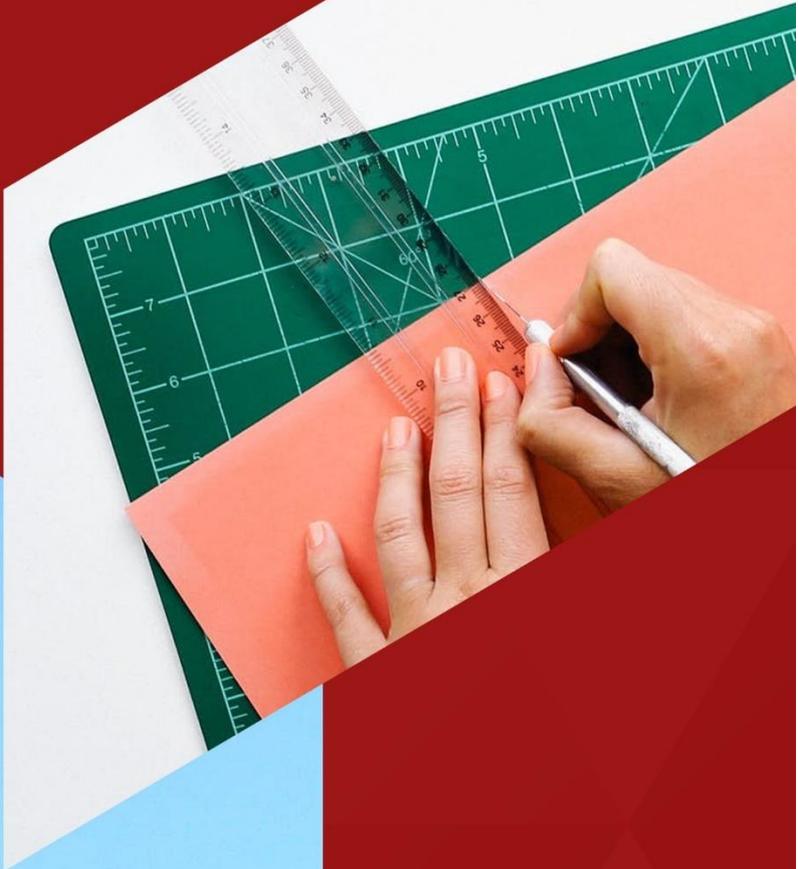
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI, PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

Modul Pembelajaran SMA

Matematika Umum

JARAK DALAM RUANG BIDANG DATAR

MATEMATIKA UMUM KELAS XII

PENYUSUN
Asmar Achmad

SMA Negeri 17 Makassar

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

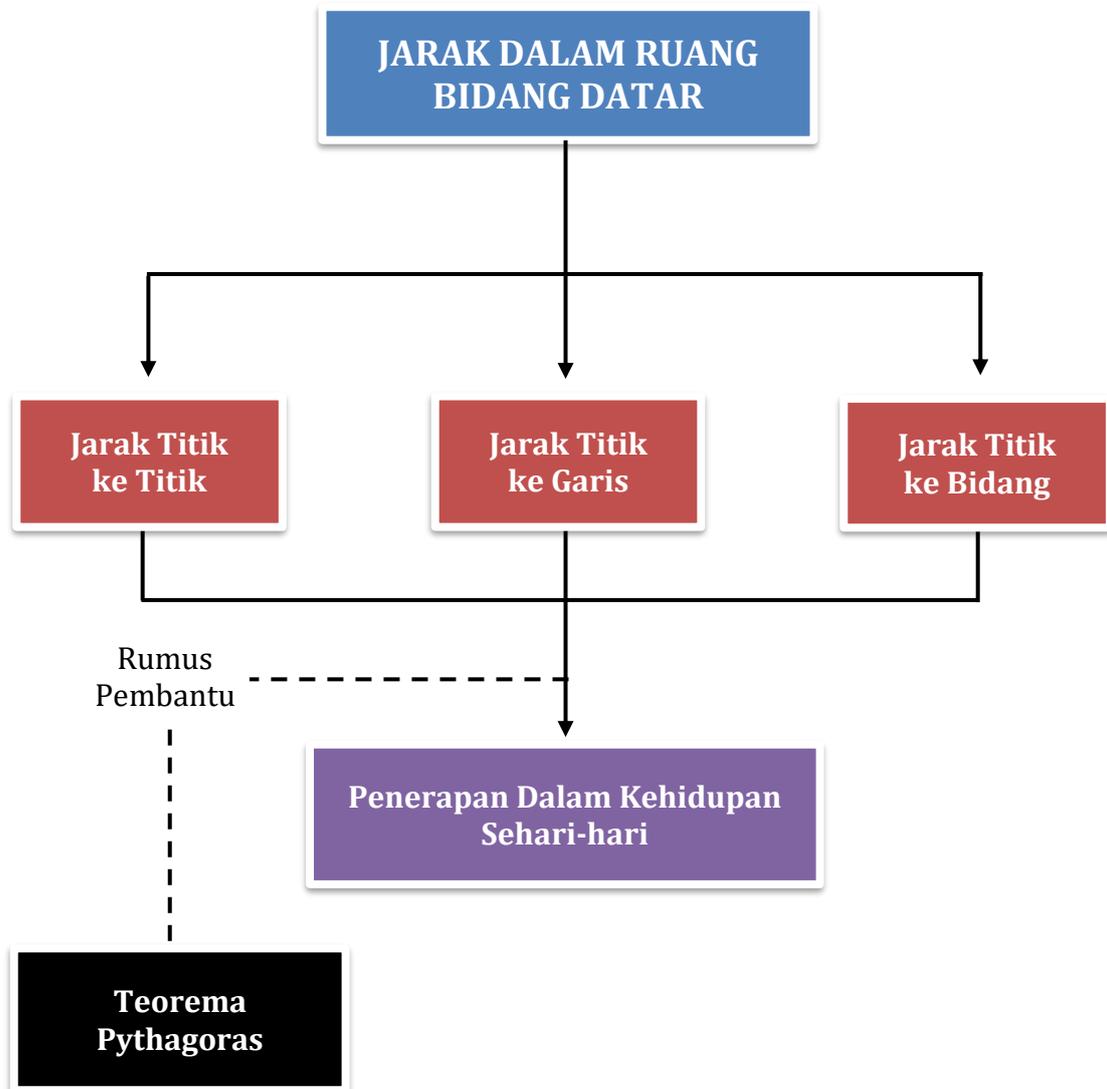
Jarak titik ke titik : Panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan titik-titik tersebut.

Jarak titik ke garis : Misal P adalah titik dan g adalah garis. Jarak titik P ke garis g adalah panjang ruas garis PQ dengan Q terletak di garis g, dan PQ tegak lurus garis g.

Jarak titik ke bidang : Misal P adalah titik dan α adalah bidang. Jarak antara P dengan bidang α adalah panjang ruas garis dari PQ, dengan Q di bidang α dan PQ tegak lurus bidang α.

Titik tengah ruas garis : Titik yang membagi ruas garis menjadi dua ruas garis yang kongruen (panjangnya sama besar).

PETA KONSEP

JARAK DALAM RUANG
BIDANG DATAR
Jarak Titik
ke Titik
Jarak Titik
ke Garis
Jarak Titik
ke Bidang
Rumus
Pembantu
Penerapan Dalam Kehidupan
Sehari-hari
Teorema
Pythagoras

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran	: Matematika Umum
Kelas	: XII
Alokasi Waktu	: 8 JP (KP 1 = 4 JP, KP 2 = 2 JP, KP 3 = 2 JP)
Judul Modul	: Jarak Dalam Ruang Bidang Datar

B. Kompetensi Dasar

3.1. Mendeskripsikan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang).

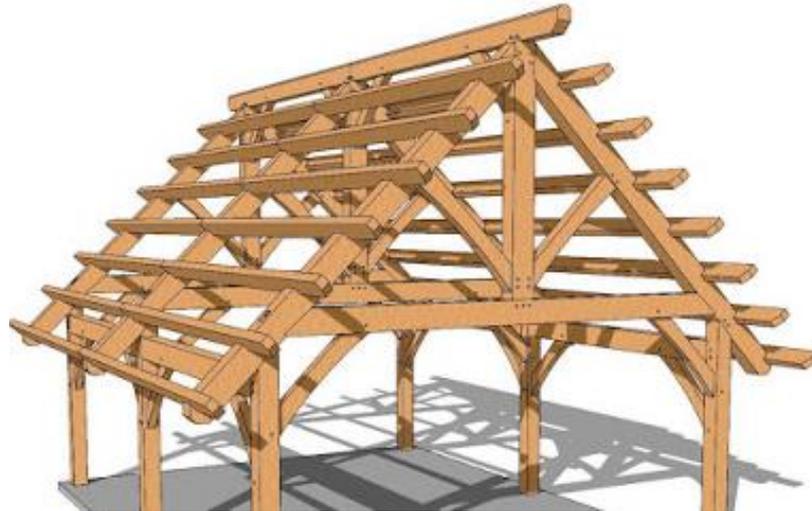
4.1. Menentukan jarak dalam ruang (antar titik, titik ke garis, dan titik ke bidang).

C. Deskripsi Singkat Materi

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak kita temukan penerapan dari konsep jarak dalam ruang. Coba perhatikan gambar berikut.

Gambar 1. *Cable Stayed Bridge* (Jembatan Kabel Penahan/kabel tetap)
Sumber: https://steemit.com/travel/@naila/jembatan-barelan-batam-indonesia

Gambar di atas adalah gambar Jembatan Barelang yang menghubungkan antara Pulau Batam, Pulau Tonton, Pulau Nipah, Pulau Rempang, Pulau Galang dan Pulau Galang Baru. Dalam perencanaan pembangunannya tentunya diperlukan perhitungan panjang kabel penahan yang pada dasarnya merupakan jarak antar titik dalam ruang berdimensi tiga.

Contoh lain penerapan konsep jarak dalam ruang yang sangat dekat dengan kita adalah pembuatan kuda-kuda suatu rumah seperti gambar berikut.

Gambar 2. Kuda-kuda suatu rumah
Sumber: https://www.birodesainrumah.com/2019/04/memilih-material-untuk-rangka-atap.html

Tentunya kalian sering melihat bentuk kuda-kuda rumah seperti gambar di atas. Untuk menghemat biaya pembuatan rumah, salah satu aspek yang harus diperhatikan adalah biaya pembuatan kuda-kuda rumah. Penentuan Rincian Anggaran (RAB) pembuatan kuda-kuda dapat ditentukan dengan matematika. Untuk mendapatkan rincian biaya tersebut, salah satu konsep yang dapat digunakan adalah dimensi tiga. Konsep yang dimaksud jarak titik dengan titik atau titik dengan garis.

Nah, bagaimana cara menghitung panjang kabel yang diperlukan seperti pada pembuatan Jembatan Barelang atau panjang kayu yang diperlukan untuk membuat kuda-kuda untuk atap rumah? Untuk itu kita akan membahas pada modul ini materi jarak dalam ruang bidang datar yang terdiri atas jarak antara titik, jarak titik ke garis, dan jarak titik ke bidang.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Modul ini dirancang untuk memfasilitasi kalian dalam melakukan kegiatan belajar secara mandiri. Untuk menguasai materi ini dengan baik, ikutilah petunjuk penggunaan modul berikut.

1. Berdoalah sebelum mempelajari modul ini.
2. Pelajari uraian materi yang disediakan pada setiap kegiatan pembelajaran secara berurutan.
3. Perhatikan contoh-contoh penyelesaian permasalahan yang disediakan dan kalau memungkinkan cobalah untuk mengerjakannya kembali.
4. Kerjakan latihan soal yang disediakan, kemudian cocokkan hasil pekerjaan kalian dengan kunci jawaban dan pembahasan pada bagian akhir modul.
5. Jika menemukan kendala dalam menyelesaikan latihan soal, cobalah untuk melihat kembali uraian materi dan contoh soal yang ada.
6. Setelah mengerjakan latihan soal, lakukan penilaian diri sebagai bentuk refleksi dari penguasaan kalian terhadap materi pada kegiatan pembelajaran.
7. Di bagian akhir modul disediakan soal evaluasi, silahkan mengerjakan soal evaluasi tersebut agar kalian dapat mengukur penguasaan kalian terhadap materi pada modul ini. Cocokkan hasil pengerjaan kalian dengan kunci jawaban yang tersedia.

8. Ingatlah, keberhasilan proses pembelajaran pada modul ini tergantung pada kesungguhan kalian untuk memahami isi modul dan berlatih secara mandiri.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **3** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Jarak Titik ke Titik

Kedua : Jarak Titik ke Garis

Ketiga : Jarak Titik ke Bidang

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
JARAK TITIK KE TITIK DALAM RUANG BIDANG DATAR

A. Tujuan Pembelajaran

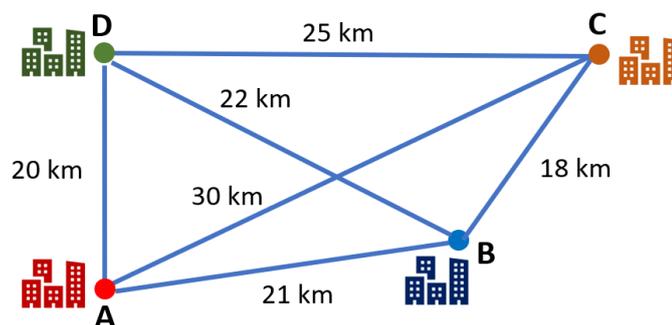
Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan kalian dapat mendeskripsikan jarak antar titik dalam ruang, menjelaskan prosedur menentukan jarak titik ke titik, dan menentukan jarak titik ke titik dalam ruang bidang datar.

B. Uraian Materi

Konsep Jarak Titik ke Titik

Untuk memahami konsep jarak antara dua titik, mari kita perhatikan dua masalah berikut.

Masalah 1

Bangun berikut merepresentasikan kota-kota yang terhubung dengan jalan. Titik merepresentasikan kota dan ruas garis merepresentasikan jalan yang menghubungkan kota.

Gambar 3. Gambar Kota dan jalan yang menghubungkannya

Faisal berencana menuju kota C berangkat dari kota A. Tulis kemungkinan rute yang ditempuh Faisal dan tentukan panjang rute-rute tersebut. Rute manakah yang terpendek? Menurut pendapat kalian berapa jarak antara kota A dan C? Beri alasan untuk jawaban kalian.

Nah, untuk menjawab masalah di atas, kita akan membuat tabel kemungkinan rute yang bisa dilalui Faisal berikut ini.

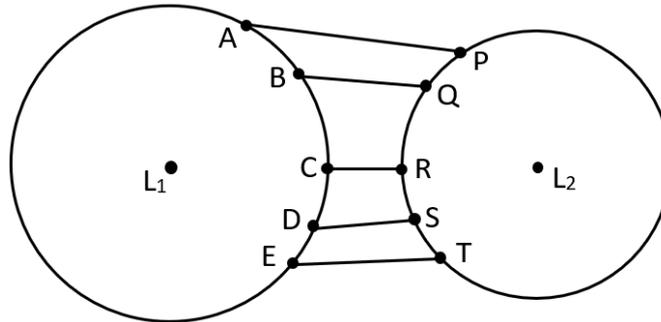
No	Kemungkinan rute dari Kota A ke Kota C	Panjang Lintasan
1	$A \to C$	30
2	$A \to B \to C$	21 + 18 = 39
3	$A \to D \to C$	20 + 25 = 45
4	$A \to B \to D \to C$	21 + 22 + 25 = 68
5	$A \to D \to B \to C$	20 + 22 + 18 = 60

Tabel 1. Kemungkinan rute yang ditempuh Faisal

Dari tabel di atas tampak bahwa rute terpendek dari Kota A ke Kota C adalah rute yang pertama: $A \to C$ sepanjang 30 km.

Jadi, jarak antara kota A dan kota C adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan antara kota A dan C, yaitu rute A → C sepanjang 30 km.

Masalah 2

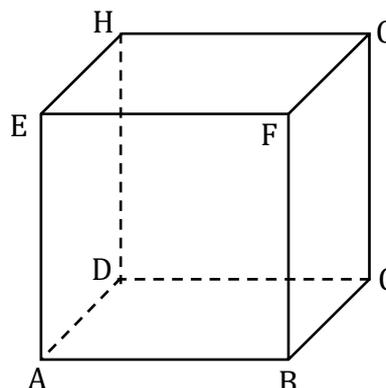
Diketahui dua lingkaran seperti pada gambar berikut. Titik A, B, C, D, dan E terletak pada lingkaran L_1 dan titik P, Q, R, S, dan T terletak pada lingkaran L_2. Ruas garis manakah yang mewakili jarak antara kedua lingkaran tersebut?

Gambar 4. Jarak dua titik pada lingkaran

Nah, untuk menjawab pertanyaan di atas perlu kalian ketahui bahwa dalam geometri, jarak dua bangun didefinisikan sebagai panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan dua titik pada bangun-bangun tersebut. Coba kalian perhatikan ruas garis-ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran L_1 dan L_2, manakah ruas garis terpendek? Jika CR adalah ruas garis terpendek di antara semua ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran tersebut, maka ruas garis CR disebut jarak antara lingkaran L_1 dan lingkaran L_2.

Nah, dari dua masalah di atas kita dapat menyimpulkan **jarak antara dua titik** seperti berikut ini.

Contoh 1.

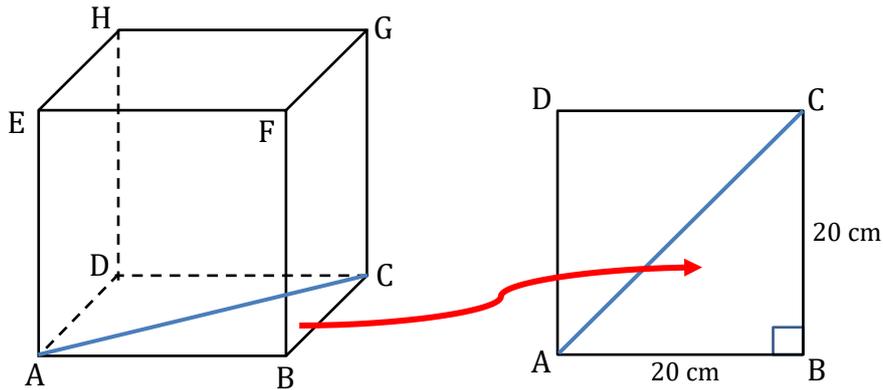
Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 20 cm. Hitunglah jarak antara titik-titik berikut.

a. B ke F
b. A ke D
c. G ke H
d. A ke C
e. H ke B
f. G ke titik tengah AB

Jawab:

a. Jarak titik B ke F diwakili oleh panjang ruas garis (rusuk) BF. Jadi, jarak titik B ke F adalah 20 cm.

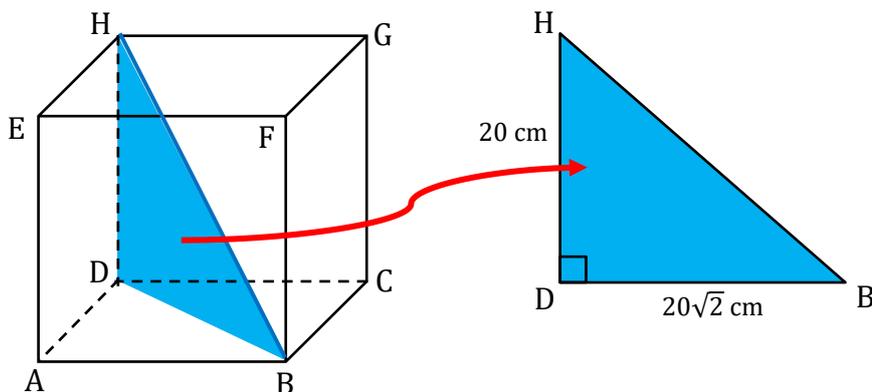
b. Jarak titik A ke D diwakili oleh panjang ruas garis (rusuk) AD. Jadi, jarak titik A ke D adalah 20 cm.

c. Jarak titik G ke H diwakili oleh panjang ruas garis (rusuk) GH. Jadi, jarak titik G ke H adalah 20 cm.

d. Jarak titik A ke C diwakili oleh panjang ruas garis AC. Ruas garis AC merupakan diagonal bidang alas ABCD.

Dari gambar di atas, kita perhatikan bahwa segitiga ABC adalah segitiga siku-siku di B. Berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 && \text{(Teorema Pythagoras)} \\ &= 20^2 + 20^2 && \text{(panjang AB = BC = 20 cm)} \\ &= 400 + 400 \\ &= 400 \times 2 \\ AC &= \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2} && (\sqrt{400 \times 2} = \sqrt{400} \times \sqrt{2} = 20\sqrt{2}) \end{aligned}$$

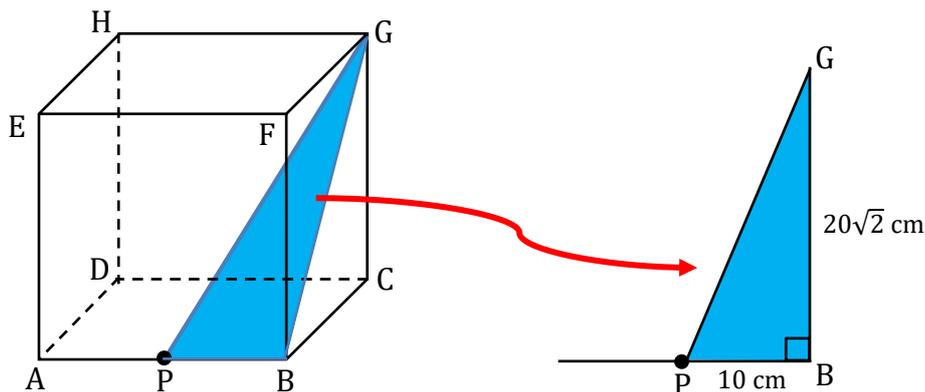
Jadi, jarak titik A ke C adalah $20\sqrt{2}$ cm.

e. Jarak titik H ke B diwakili oleh panjang ruas garis HB. Ruas garis HB merupakan diagonal ruang kubus ABCD.EFGH.

Dari gambar di atas, kita perhatikan bahwa segitiga BDH adalah segitiga siku-siku di D. Ruas garis BD adalah diagonal bidang alas ABCD, sehingga BD = AC = $20\sqrt{2}$ cm (hasil perhitungan pada bagian d).

Perhatikan segitiga BDH, berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$HB^2 = BD^2 + DH^2$ (Teorema Pythagoras)
$= (20\sqrt{2})^2 + 20^2$ (panjang BD = $20\sqrt{2}$ cm dan rusuk DH = 20 cm)
$= 800 + 400$
$= 1200 = 400 \times 3$
$HB = \sqrt{400 \times 3} = 20\sqrt{3}$

Jadi, jarak titik H ke B adalah $20\sqrt{3}$ cm.

f. Misalkan P adalah titik tengah AB. Jarak titik G ke titik tengah AB diwakili oleh panjang ruas garis GP seperti ditunjukkan pada gambar berikut.

Dari gambar di atas, kita perhatikan bahwa segitiga BGP adalah segitiga siku-siku di B. Ruas garis BG adalah diagonal bidang alas BCGF, sehingga BG = $20\sqrt{2}$ cm (panjang BG = AC = BD, semuanya adalah diagonal bidang kubus ABCD.EFGH).

Perhatikan segitiga BGP, berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$GP^2 = BG^2 + BP^2$ (Teorema Pythagoras)
$= (20\sqrt{2})^2 + 10^2$ (panjang BD = $20\sqrt{2}$ cm dan rusuk DH = 20 cm)
$= 800 + 100$
$= 900$
$GP = \sqrt{900} = 30$

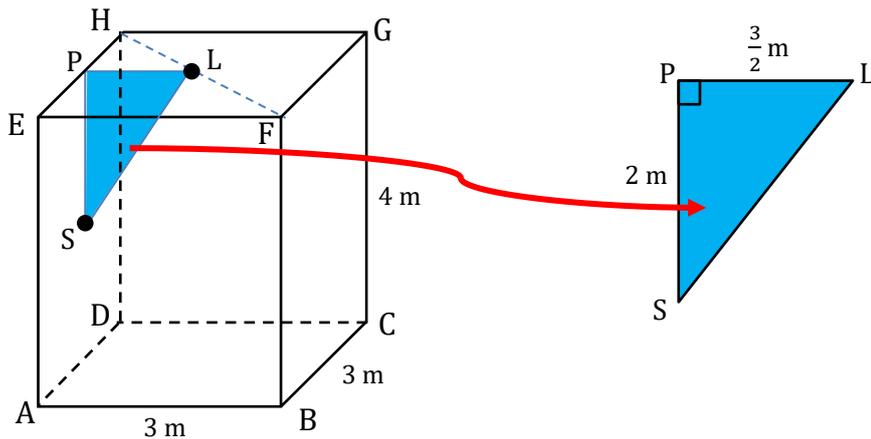
Jadi, jarak titik G ke P titik tengah AB adalah 30 cm.

Contoh 2.

Andi mempunyai kamar tidur yang berukuran 3m × 3m × 4m. Tepat di tengah plafon kamar Andi dipasang lampu. Jika saklar lampu diletakkan tepat di tengah salah satu dinding kamar, berapakah jarak dari lampu ke saklar?

Jawab:

Kamar Andi berukuran 3m × 3m × 4m, berarti panjang kamar 3 m, lebar 3 m, dan tinggi 4 m.

Jarak antara lampu dan saklar dapat diilustrasikan seperti gambar berikut.

Misalkan lampu (L), saklar (S) berada di dinding ADHE, dan P adalah titik tengah EH. Jarak antara lampu dan saklar adalah LS.

Panjang ruas garis PS = $\frac{1}{2}$ AE = $\frac{1}{2}$ (4 m) = 2 m.

Panjang ruas garis PL = $\frac{1}{2}$ EF = $\frac{1}{2}$ (3 m) = $\frac{3}{2}$ m

Perhatikan segitiga LPS siku-siku di P, berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh hubungan:

$LS^2 = LP^2 + PS^2$ (Teorema Pythagoras)

$= (\frac{3}{2})^2 + 2^2$ (panjang LP = $\frac{3}{2}$ cm dan rusuk PS = 2 cm)

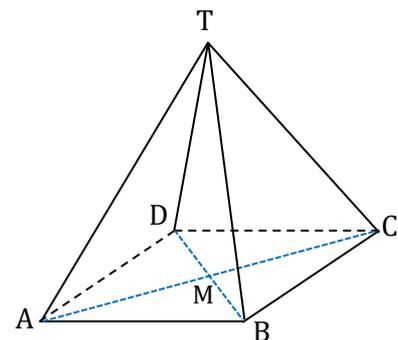
$= \frac{9}{4} + 4 = \frac{9}{4} + \frac{16}{4}$

$= \frac{25}{4}$

$LS = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

Jadi, Panjang kabel terpendek yang diperlukan Andi untuk menghubungkan lampu dan saklar adalah 2,5 meter.

Contoh 3

Diketahui limas T.ABCD seperti pada gambar di samping. ABCD merupakan persegi dengan panjang rusuk 6 cm. TA = TB = TC = TD = 5 cm dan M adalah titik tengah AC. Hitung jarak antara titik T dan titik M.

Jawab:

Perhatikan segitiga ABC, siku-siku di B, berarti:

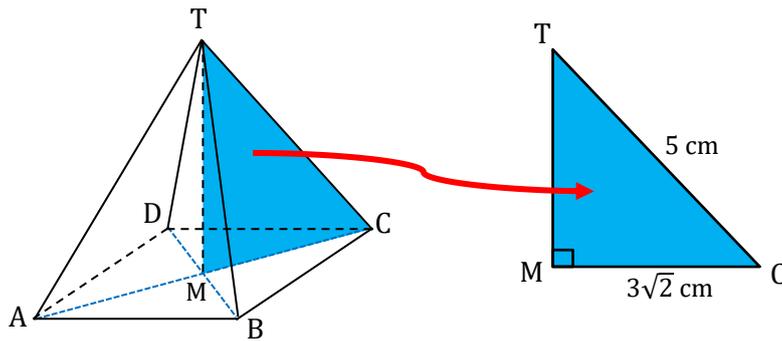
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ (Teorema Pythagoras)

$= 6^2 + 6^2$ (panjang AB = BC = 6 cm)

$= 36 + 36$

$= 36 \times 2$

$AC = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$

Titik M adalah titik tengah AC, sehingga AM = CM = $\frac{1}{2}$ AC = $\frac{1}{2}(6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$ cm.

Perhatikan segitiga CMT, siku-siku di M, berarti:

$TC^2 = CM^2 + TM^2$ (Teorema Pythagoras)

$TM^2 = TC^2 - CM^2$

$= 5^2 - (3\sqrt{2})^2$ (panjang TC = 5 cm dan CM = $3\sqrt{2}$ cm)

$= 25 - 18$

$= 7$

$TM = \sqrt{7}$

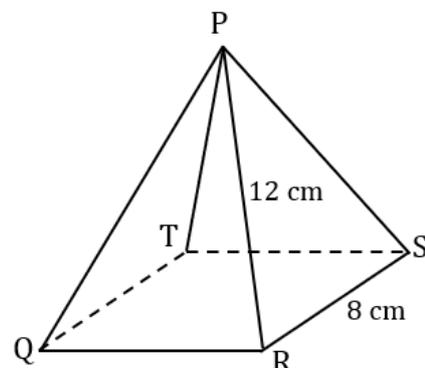
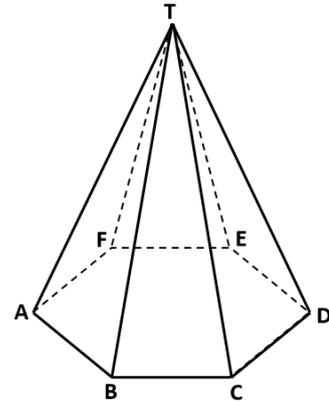
Jadi, jarak antara titik T dan titik M adalah $\sqrt{7}$ cm yang merupakan tinggi dari limas T.ABCD.

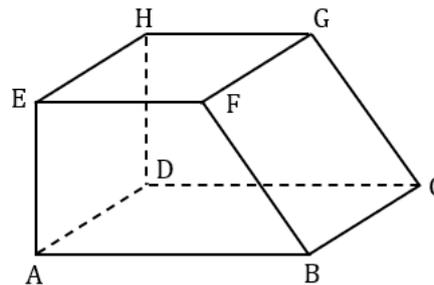
C. Rangkuman

- Jarak titik ke titik adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan titik-titik tersebut.
- Dalam geometri, jarak dua bangun didefinisikan sebagai panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan dua titik pada bangun-bangun tersebut.

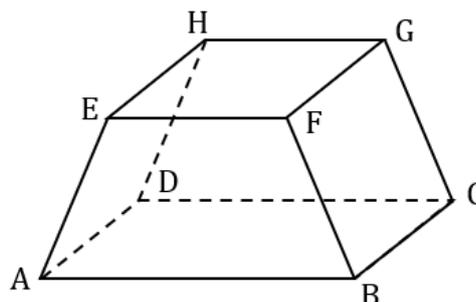
D. Latihan Soal

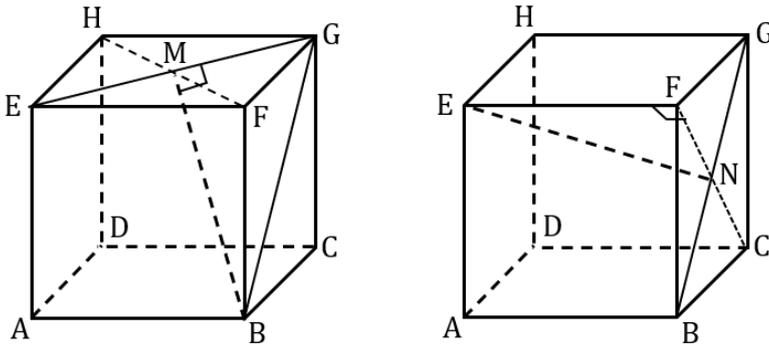
1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Hitunglah jarak antar titik-titik berikut.
   a. titik A dan G
   b. titik D dan F
   c. titik B dan titik tengah garis EG
   d. titik E dan titik tengah garis BG

2. Diketahui limas beraturan P.QRST dengan panjang RS = 8 cm dan PR = 12 cm, seperti pada gambar. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, hitung jarak antar titik berikut.
   a. titik P dan titik tengah RS
   b. titik P dan titik perpotongan QS dan RT

3. Diketahui limas beraturan T.ABC dengan bidang alas berbentuk segitiga sama sisi. TA tegak lurus dengan bidang alas. Jika panjang AB = $4\sqrt{2}$ cm dan TA = 4 cm, tentukan jarak antara titik T dan C.
4. Perhatikan limas segi enam beraturan berikut. Diketahui panjang AB = 10 cm dan TA = 13 cm. Titik O merupakan titik tengah garis BE. Tentukan jarak antara titik T dan titik O.

5. Perhatikan bangun berikut ini.

   Jika diketahui panjang AB = 5 cm, AE = BC = EF = 4 cm, maka tentukan:
   a. Jarak antara titik A dan C
   b. Jarak antara titik E dan C
   c. Jarak antara titik A dan G

6. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan AE = 9 cm. Titik M merupakan titik potong antara diagonal AC dan BD. Rusuk CG diperpanjang 3 cm, kemudian dari titik M ditarik garis miring sehingga memotong perpanjangan rusuk CG di titik N. Hitung panjang ruas garis MN yang terjadi dan buat sketsa permasalahan tersebut.

7. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada pertengahan garis AB, BC, dan bidang ADHE. Tentukan jarak antar titik berikut.
   a. titik P ke titik R
   b. titik Q ke titik R

8. Pada gambar di bawah menunjukkan piramida terpotong ABCD.EFGH tegak beraturan dengan ABCD dan EFGH merupakan persegi yang saling sejajar dengan AB = 12 cm, EF = 8 cm, dan AE = BF = CG = DH = 10 cm. Hitung jarak antar titik.
   a. E dan G
   b. A dan C
   c. titik potong diagonal HF dan EG dengan titik potong AC dan BD.

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL KEGIATAN PEMBELAJARAN 1

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Hitunglah jarak antar titik-titik berikut.

a. Jarak titik A ke G adalah panjang diagonal ruang AG = $8\sqrt{3}$ cm.

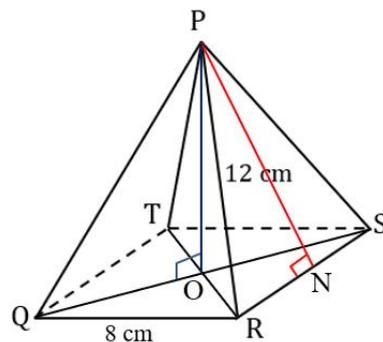
b. Jarak titik D ke F adalah panjang diagonal ruang DF = $8\sqrt{3}$ cm.

c. Misalkan M adalah titik tengah EG. Jarak titik B dan titik tengah garis EG adalah panjang ruas garis BM.
BG adalah diagonal bidang, sehingga BG = $8\sqrt{2}$ cm
EG adalah diagonal bidang, sehingga EG = $8\sqrt{2}$ cm dan GM = ½ EG = $4\sqrt{2}$ cm
Perhatikan ∆ BMG siku-siku di M, sehingga diperoleh:
$BM^2 = BG^2 - GM^2$
$BM = \sqrt{BG^2 - GM^2} = \sqrt{\left(8\sqrt{2}\right)^2 - \left(4\sqrt{2}\right)^2}$
$= \sqrt{128 - 32} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$
Jadi, jarak titik B dan titik tengah garis EG adalah BM = $4\sqrt{6}$ cm.

d. Misalkan N adalah titik tengah EG. Jarak titik E dan titik tengah garis BG adalah panjang ruas garis EN.
BG adalah diagonal bidang, sehingga BG = $8\sqrt{2}$ cm
CF adalah diagonal bidang, sehingga CF = $8\sqrt{2}$ cm dan FN = ½ CF = $4\sqrt{2}$ cm
Perhatikan ∆ EFN siku-siku di F, sehingga diperoleh:
$EN^2 = EF^2 - FN^2$
$EN = \sqrt{EF^2 - FN^2} = \sqrt{8^2 - \left(4\sqrt{2}\right)^2}$
$= \sqrt{64 - 32} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
Jadi, jarak titik E dan titik tengah garis BG adalah EN = $4\sqrt{2}$ cm.

2. Diketahui limas beraturan P.QRST dengan panjang RS = 8 cm dan PR = 12 cm.

a. Jarak titik P ke titik tengah RS adalah panjang ruas garis PN.
Perhatikan ∆PNR siku-siku di N
NR = ½ RS = ½ (8) = 4 cm
PR = 12 cm
Dengan Teorema Pythagoras diperoleh:

$PN^2 = PR^2 - NR^2$
$PN = \sqrt{PR^2 - NR^2} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$
Jarak titik P ke titik tengah RS adalah $8\sqrt{2}$ cm.

b. titik P ke titik perpotongan QS dan RT
Jarak titik P ke titik perpotongan QS dan RT adalah panjang ruas garis PO.
Perhatikan ΔPOQ siku-siku di O
QS adalah diagonal bidang alas persegi dengan rusuk 8 cm, sehingga QS = $8\sqrt{2}$ cm.
QO = ½ QS = ½($8\sqrt{2}$) = $4\sqrt{2}$ cm.
PQ = 12 cm
Dengan Teorema Pythagoras diperoleh:

$PO^2 = PQ^2 - QO^2$

$$PO = \sqrt{PQ^2 - QO^2} = \sqrt{12^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{144 - 32} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

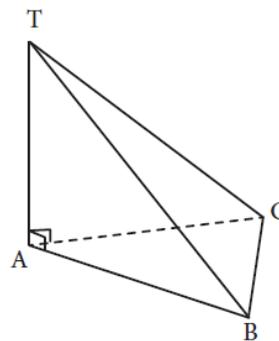
Jarak titik P ke titik perpotongan QS dan RT adalah $4\sqrt{7}$ cm.

3. Diketahui limas beraturan T.ABC dengan bidang alas berbentuk segitiga sama sisi. TA tegak lurus dengan bidang alas. Jika panjang AB = $4\sqrt{2}$ cm dan TA = 4 cm, tentukan jarak antara titik T dan C.

Alternatif Penyelesaian:

TA ⊥ AC, sehingga
$TC^2 = AC^2 + TA^2$

$$TC = \sqrt{AC^2 + TA^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

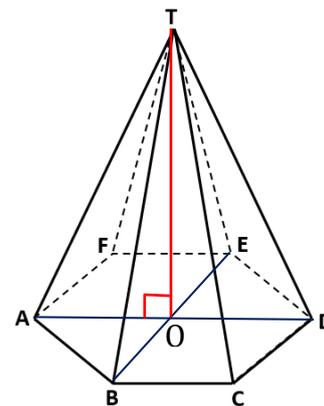
Jadi, titik T ke titik C adalah $4\sqrt{3}$ cm.

4. Perhatikan limas segi enam beraturan berikut.
Diketahui panjang AB = 10 cm dan TA = 13 cm. Titik O merupakan titik tengah garis BE. Tentukan jarak antara titik T dan titik O.

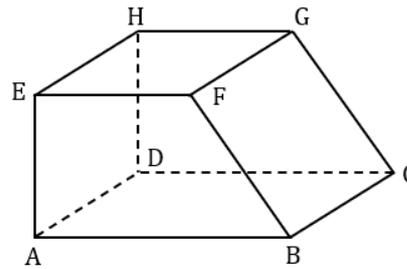
Alternatif Penyelesaian:

Bidang alas merupakan segi enam beraturan dengan, berarti segitiga AOB adalah segitiga sama sisi, sehingga:
OA = AB = 10 cm
Perhatikan ΔTOA siku-siku di O, dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$TO^2 = TA^2 - OA^2$

$$TO = \sqrt{TA^2 - OA^2} = \sqrt{13^2 - 10^2}$$
$$= \sqrt{169 - 100} = \sqrt{69}$$

Jadi, titik T ke titik O adalah $\sqrt{69}$ cm.

5. Perhatikan bangun berikut ini.

   Jika diketahui panjang AB = 5 cm, AE = BC = EF = 4 cm, maka tentukan:
   a. Jarak antara titik A dan C
   b. Jarak antara titik E dan C
   c. Jarak antara titik A dan G

   Alternatif Penyelesaian:

   a. $AC = \sqrt{\text{AB}^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$ cm.

   b. $EC = \sqrt{\text{AE}^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + (\sqrt{41})^2} = \sqrt{16 + 41} = \sqrt{57}$ cm.

   c. $AG = \sqrt{\text{AH}^2 + HG^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 4^2} = \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48}$ cm.

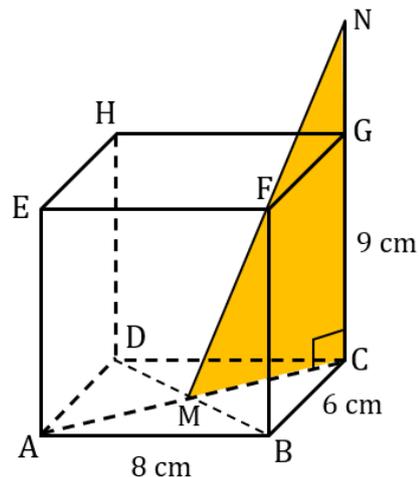
6. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan AE = 9 cm. Titik M merupakan titik potong antara diagonal AC dan BD. Rusuk CG diperpanjang 3 cm, kemudian dari titik M ditarik garis miring sehingga memotong perpanjangan rusuk CG di titik N. Hitung panjang ruas garis MN yang terjadi dan buat sketsa permasalahan tersebut.

   Alternatif Penyelesaian:

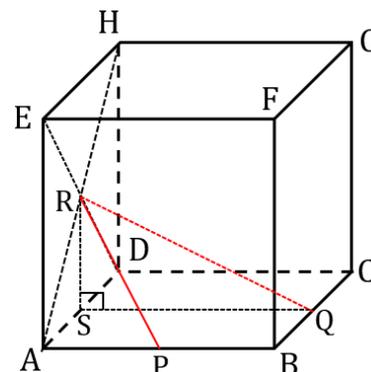
   Perhatikan sketsa permasalahan pada gambar.

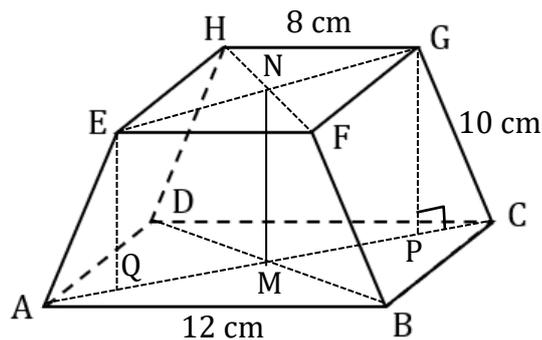
   Perhatikan Δ ABC siku-siku di B, diperoleh:
   $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$
   $= 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
   $AC = \sqrt{100} = 10$
   dan MC = AM = ½ AC = 5 cm

   CN = CG + GN ⇒ CN = 9 + 3 = 12 cm

   Perhatikan Δ MCB siku-siku di C, berarti
   $(MN)^2 = (MC)^2 + (CN)^2$
   $= 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$
   $MN = \sqrt{169} = 13$
   Jadi, panjang ruas garis MN adalah 13 cm.

7. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada pertengahan garis AB, BC, dan bidang ADHE. Tentukan jarak antar titik berikut.
   a. titik P ke titik R
   b. titik Q ke titik R

   Alternatif Penyelesaian:

   a. Δ PAR siku-siku di A dan AP = ½ AB = 3 cm
   dan $AR = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}\sqrt{AD^2 + DH^2}$
   $= \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 6^2} = \frac{1}{2}\sqrt{72} = 3\sqrt{2}$ cm.
   Sehingga:
   $PR = \sqrt{AP^2 + AR^2} = \sqrt{3^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2}$
   $= \sqrt{9 + 18} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
   Jadi, titik P ke titik R adalah $3\sqrt{3}$ cm.

b. Δ QRS siku-siku di S dengan QS = AB = 6 cm,
dan RS = ½ AE = ½(6) = 3 cm, sehingga diperoleh
QR = $\sqrt{QS^2 + RS^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$
Jadi, jarak titik Q ke titik R adalah $3\sqrt{5}$ cm.

8. Pada gambar di bawah menunjukkan piramida terpotong ABCD.EFGH tegak beraturan dengan ABCD dan EFGH merupakan persegi yang saling sejajar dengan AB = 12 cm, EF = 8 cm, dan AE = BF = CG = DH = 10 cm. Hitung jarak antar titik.
a. E dan G
b. A dan C
c. titik potong diagonal HF dan EG dengan titik potong AC dan BD.

Alternatif Penyelesaian:

a. Jarak titik E ke G adalah panjang diagonal bidang atas EFGH, sehingga panjang EG = $8\sqrt{2}$ cm.
b. Jarak titik A ke C adalah panjang diagonal bidang alas ABCD, sehingga panjang AC = $12\sqrt{2}$ cm.
c. Jarak titik potong diagonal HF dan EG dengan titik potong AC dan BD adalah jarak titik M ke titik N.
Jarak M ke N atau MN = PG
Perhatikan gambar, CP = AQ dan CP + AQ = AC – EG $= 12\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm.
Sehingga CP = $\frac{1}{2}\left(4\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$ cm.
Perhatikan Δ CPG siku-siku di P, sehingga dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$PG^2 = CG^2 - CP^2$$

$$PG = \sqrt{CG^2 - CP^2} = \sqrt{10^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{100 - 8} = \sqrt{92} = 2\sqrt{23}$$

Jadi, Jarak titik potong diagonal HF dan EG dengan titik potong AC dan BD adalah MN = PG = $2\sqrt{23}$ cm

E. Penilaian Diri

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda pada kolom pilihan.

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1	Apakah Anda tahu yang dimaksud ruang bidang datar?	◯	◯
2	Apakah Anda tahu Teorema Pythagoras dan penggunaannya?	◯	◯
3	Apakah Anda dapat menggambar bangun ruang bidang datar seperti kubus, balok, limas, dan prisma?	◯	◯
4	Apakah Anda dapat membedakan rusuk, diagonal bidang, dan diagonal ruang?	◯	◯
5	Apakah Anda tahu prosedur menentukan jarak antar dua titik?	◯	◯
6	Apakah Anda dapat menentukan jarak antar dua titik pada ruang bidang datar?	◯	◯
JUMLAH			

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
JARAK TITIK KE GARIS DALAM RUANG BIDANG DATAR

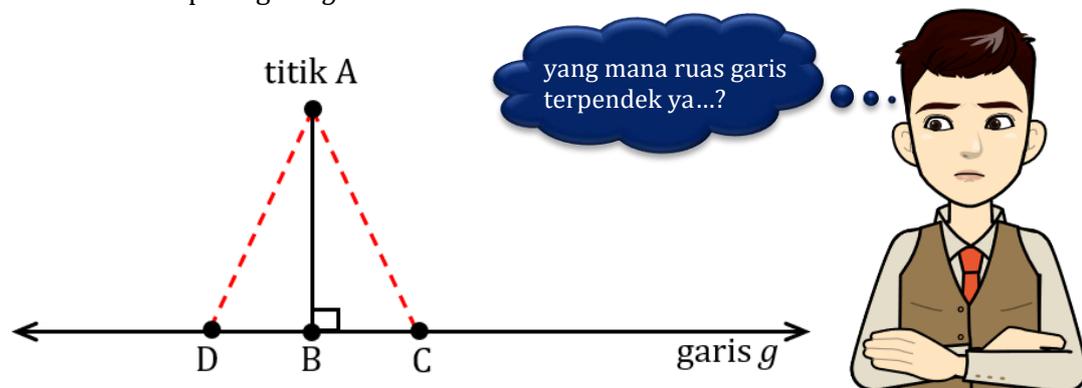
A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan kalian dapat mendeskripsikan jarak titik ke garis dalam ruang, menjelaskan prosedur menentukan jarak titik ke garis, dan menentukan jarak titik ke garis dalam ruang bidang datar.

B. Uraian Materi

Konsep Jarak Titik ke Garis

Pada gambar di bawah, titik A terletak di luar garis g. Bagaimana menentukan jarak antara titik A dan garis g?
Coba kalian ingat kembali materi jarak titik ke titik pada Kegiatan Pembelajaran 1, yaitu **jarak titik ke titik** adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan titik-titik tersebut.

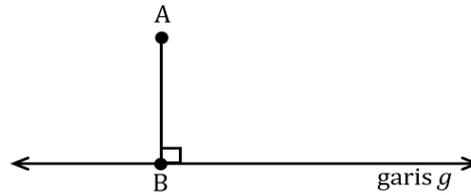
Nah, jika kita ingin mencari jarak antara titik A ke garis g, maka kita perlu membuat sebuah titik yang terletak di garis g, lalu menarik sebuah **ruas garis terpendek** dari titik A ke titik pada garis g tersebut.

Manakah ruas garis terpendek? Tentunya ruas garis terpendek adalah ruas garis AB yang tegak lurus (membentuk sudut siku-siku) dengan garis g. Mengapa demikian?

Coba kalian perhatikan ruas garis AB dan AC. Terlihat bahwa ABC membentuk segitiga siku-siku di B dengan AC merupakan sisi miring. Nah, tentunya kalian masih ingat bahwa sisi miring merupakan sisi terpanjang pada sebuah segitiga siku-siku. Ini berarti bahwa ruas garis AB lebih pendek dari AC.

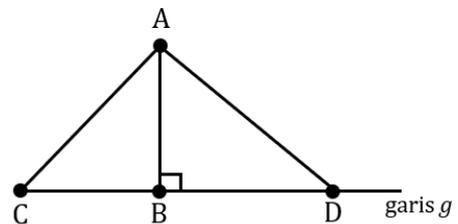
Demikian halnya jika kita membuat ruas garis lainnya dari A ke garis g, misalnya AD. Tentunya akan terbentuk segitiga ABD siku-siku di B dengan AD merupakan sisi miring. Berarti AD pun lebih panjang dari AB, dan demikian seterusnya.

Jadi, ruas garis terpendek adalah ruas garis AB. Dengan demikian dapat kita simpulkan bahwa **jarak titik A ke garis *g* adalah panjang ruas garis AB, yaitu ruas garis tegak lurus antar titik A ke garis *g***.

Dalam hal ini, titik B biasa disebut sebagai proyeksi titik A terhadap garis g.

Pengertian Jarak Titik ke Garis

Prosedur Menghitung Jarak Titik ke Garis

Langkah-langkah untuk menghitung jarak titik A ke garis g sebagai berikut.

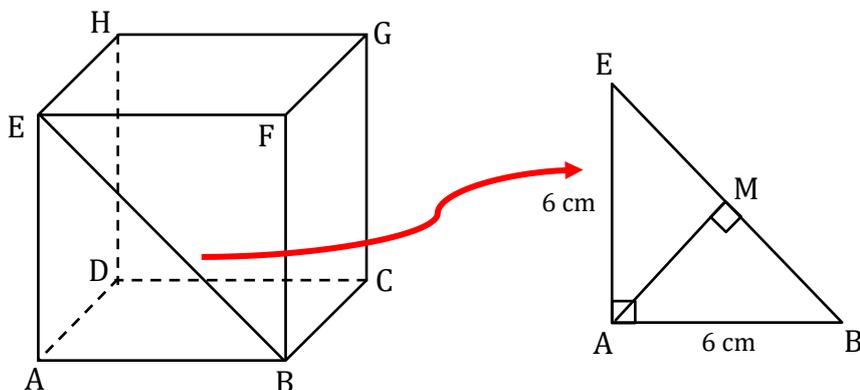
a. Hubungkan titik A ke titik C dan titik D sehingga terbentuk segitiga ACD.
b. Hitung jarak antar dua titik, yaitu AC, AD, dan CD untuk menetapkan jenis segitiga.
c. Hitung tinggi segitiga ACD, yaitu AB yang merupakan jarak titik A ke garis g.

Dari langkah-langkah di atas, ada 3 jenis segitiga ACD yang mungkin terbentuk. Berikut ini cara menghitung panjang ruas garis AB atau jarak titik A ke garis g.

Δ ACD sama kaki AC = AD	Δ ACD sama kaki, sehingga $BC = BD = \frac{1}{2}CD$ Dengan Teorema Pythagoras diperoleh: $AB^2 = AD^2 - \left(\frac{1}{2}CD\right)^2$ atau $AB^2 = AD^2 - BD^2$ atau $AB^2 = AD^2 - BC^2$
Δ ACD siku-siku di A	Gunakan rumus luas Δ ACD Luas Δ ACD = $\frac{1}{2} \times CD \times AB$ atau Luas Δ ACD = $\frac{1}{2} \times AC \times AD$ Sehingga diperoleh: $\frac{1}{2} \times CD \times AB = \frac{1}{2} \times AC \times AD$ $CD \times AB = AC \times AD$ $AB = \frac{AC \times AD}{CD}$
Δ ACD sembarang	$x + y = AB \rightarrow y = AB - x$ Rumus yang dipakai: $AB^2 = AD^2 - y^2$ atau $AB^2 = AC^2 - x^2$

Contoh 1.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Berapakah jarak titik A ke diagonal bidang BE?

Jawab:

Perhatikan gambar.
Jika titik B dan E dihubungkan dengan ruas garis, maka diperoleh,

Jarak titik A ke bidang diagonal BE adalah panjang ruas garis AM dengan BM = $\frac{1}{2}$BE, karena segitiga ABE merupakan segitiga sama kaki (AB = AE).
Dengan menggunakan Teorema Pythagoras diperoleh,

$$\mathrm{AM}^2 = \mathrm{AB}^2 - \mathrm{BM}^2$$

Terlebih dulu ditentukan panjang BE. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras diperoleh,

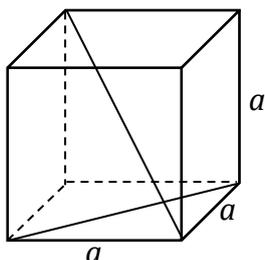
$$\begin{aligned} \mathrm{BE}^2 &= \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AE}^2 \\ &= 6^2 + 6^2 \\ &= 6^2 \times 2 \\ \mathrm{BE} &= \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

Sehingga panjang BM = $\frac{1}{2}\mathrm{BE} = \frac{1}{2}(6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$.

Dengan demikian diperoleh,

$$\begin{aligned} \mathrm{AM}^2 &= \mathrm{AB}^2 - \mathrm{BM}^2 \\ &= 6^2 - (3\sqrt{2})^2 \\ &= 36 + 18 \\ &= 54 \\ \mathrm{AM} &= \sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik A ke diagonal bidang BE adalah $3\sqrt{6}$ cm.

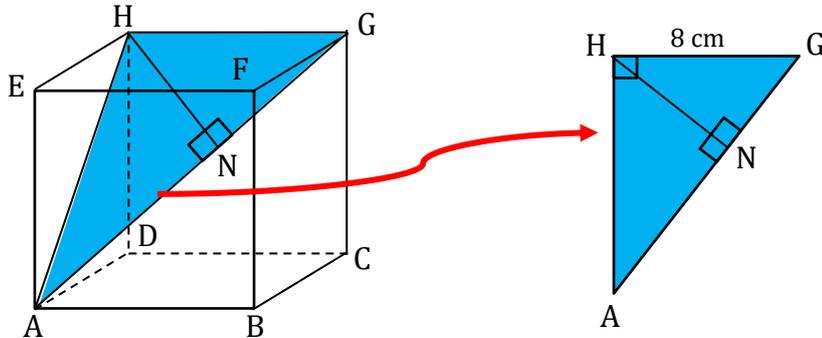
Catatan:

Pada kubus dengan panjang rusuk a, maka:

- Panjang diagonal bidang adalah $a\sqrt{2}$.
- Panjang diagonal ruang adalah $a\sqrt{3}$.

Contoh 2.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Hitunglah jarak titik H ke garis AG.

Jawab:

Perhatikan gambar. Titik N terletak pada garis AG, dan ruas garis HN tegak lurus garis AG.

Pada gambar di atas terlihat Δ AHG siku-siku di H dan garis tinggi HN.
Berdasarkan Teorema Pythagoras, AH merupakan diagonal bidang kubus berarti AH = $8\sqrt{2}$ cm dan AG merupakan diagonal ruang kubus, berarti AG = $8\sqrt{3}$ cm.

Kita akan menghitung luas Δ AHG dalam dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta\text{ AHG} = \frac{1}{2} \times \text{AH} \times \text{GH} \text{ atau Luas } \Delta\text{ AHG} = \frac{1}{2} \times \text{AG} \times \text{HN}$$

Sehingga diperoleh,

$$\frac{1}{2} \times \text{AH} \times \text{GH} = \frac{1}{2} \times \text{AG} \times \text{HN}$$

$$8\sqrt{2} \times 8 = 8\sqrt{3} \times \text{HN}$$

$$\text{HN} = \frac{8\sqrt{2} \times 8}{8\sqrt{3}}$$

$$\text{HN} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

Rasionalkan penyebut

$$\text{HN} = \frac{8}{3}\sqrt{6}$$

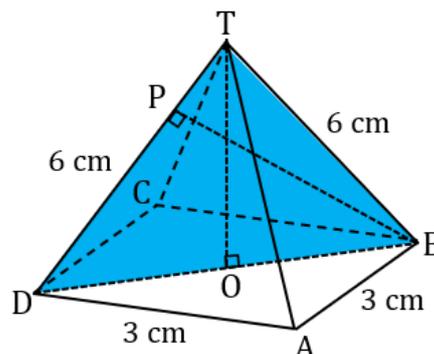
Jadi, jarak titik H ke garis AG adalah $\frac{8}{3}\sqrt{6}$ cm.

Contoh 3.

Diketahui limas beraturan T.ABCD, panjang rusuk AB = 3 cm dan TA = 6 cm. Tentukan jarak titik B ke rusuk TD.

Jawab:

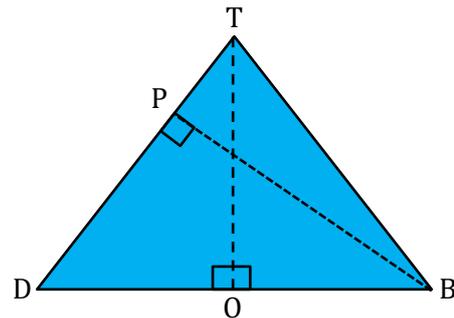
Misal P proyeksi titik B ke ruas garis TD.
Jarak titik B ke rusuk TD adalah BP.

T
P
6 cm
6 cm
C
B
O
D
3 cm
3 cm
A

Perhatikan bidang alas ABCD dengan panjang rusuk 3 cm. Dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 \\ &= 3^2 + 3^2 \\ &= 3^2 \times 2 \\ BD &= \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Panjang OB = OD = $\frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(3\sqrt{2}) = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ cm.

Dengan Teorema Pythagoras, tinggi limas TO adalah

$$\begin{aligned} TO^2 &= TB^2 - OB^2 \\ &= 6^2 - \left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2 \\ &= 36 - \frac{9}{2} = \frac{63}{2} \\ TO &= \sqrt{\frac{63}{2}} = \sqrt{\frac{9 \times 7}{2} \times \frac{2}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{14} \end{aligned}$$

Perhatikan segitiga TBD.
Kita akan menghitung luas Δ TBD dalam dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta\, TBD = \frac{1}{2} \times BD \times TO \quad \text{atau} \quad \text{Luas } \Delta\, TBD = \frac{1}{2} \times TD \times BP$$

Sehingga diperoleh,

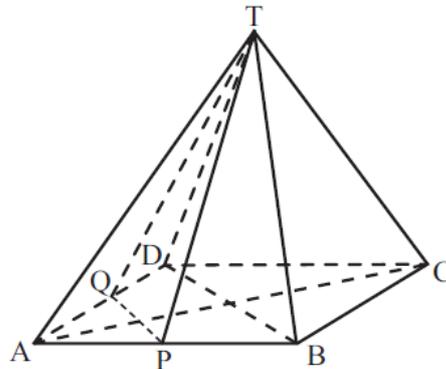
$$\begin{aligned} \cancel{\tfrac{1}{2}} \times BD \times TO &= \cancel{\tfrac{1}{2}} \times TD \times BP \\ BP &= \frac{BD \times TO}{TD} \\ BP &= \frac{3\sqrt{2} \times \frac{3}{2}\sqrt{14}}{6} \\ BP &= \frac{\frac{9}{2}\sqrt{28}}{6} = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{4 \times 7}}{6} = \frac{9\sqrt{7}}{6} = \frac{3}{2}\sqrt{7} \end{aligned}$$

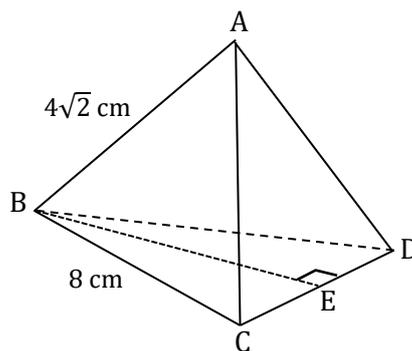
Jadi, jarak titik B ke rusuk TD adalah $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ cm.

C. Rangkuman

- Misal A adalah titik dan g adalah garis. Jarak titik A ke garis g adalah panjang ruas garis AB dengan B terletak di garis g, dan AB tegak lurus garis g. Titik B disebut pula proyeksi titik A terhadap garis g.
- Jarak titik A ke garis g merupakan panjang garis tinggi yang melalui titik A pada segitiga ABC dimana titik B dan C terletak pada garis g.
- Teorema Pythagoras dan rumus luas segitiga sangat penting untuk menghitung jarak suatu titik ke garis dalam ruang bidang datar.

D. Latihan Soal

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Titik T merupakan titik tengah CG. Hitung jarak titik T ke garis HB.
2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Hitung jarak titik H ke garis AC.
3. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik T adalah titik tengah CG. Hitung jarak titik E ke garis BT.
4. Diketahui limas segiempat beraturan T.ABCD dengan AB = BC = $5\sqrt{2}$ cm dan TA = 13 cm. Hitung jarak titik A ke garis TC.
5. Diketahui limas segi enam beraturan T.ABCDEF dengan panjang rusuk AB = 10 cm dan AT =13 cm. Tentukan jarak antara titik B dan rusuk TE.
6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. Titik M adalah titik tengah BC. Tentukan jarak M ke EG
7. Perhatikan limas segi empat beraturan berikut.

Titik P dan Q berturut-turut adalah titik tengah rusuk AB dan AD. Jika panjang AB = TA = 12 cm, tentukan jarak antara titik T dan garis PQ.

8. Perhatikan gambar limas segitiga beraturan berikut.

Titik E merupakan titik tengah rusuk CD. Panjang BC = 8 cm dan AB = $4\sqrt{2}$ cm. Hitung jarak titik A ke garis BE.

PEMBAHASAN LATIHAN SOAL KEGIATAN PEMBELAJARAN 2

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Titik T merupakan titik tengah CG. Hitung jarak titik T ke garis HB.

   Alternatif Penyelesaian:

   Perhatikan gambar, BT = TH, sehingga Δ BTH adalah segitiga sama kaki.

   $TB^2 = BC^2 + TC^2 = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180$

   $TB = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ cm

   HB adalah diagonal ruang, sehingga HB $= 12\sqrt{3}$ cm.

   Karena Δ BTH, maka $OB = OH = \frac{1}{2}HB = \frac{1}{2}(12\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$ cm.

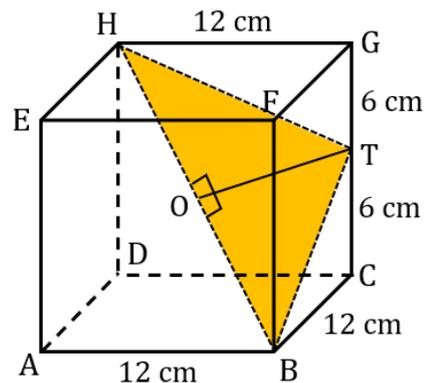
   Perhatikan Δ BTH, jarak titik T ke garis HB adalah panjang ruas garis OT.

   Dengan Teorema Pythagoras diperoleh:

   $(OT)^2 = (TB)^2 - (OB)^2$

   $OT = \sqrt{TB^2 - OB^2} = \sqrt{\left(6\sqrt{5}\right)^2 - \left(6\sqrt{3}\right)^2}$

   $= \sqrt{180 - 108} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

   Jadi, titik T ke garis HB adalah $6\sqrt{2}$ cm.

2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 10 cm. Hitung jarak titik H ke garis AC.

   Alternatif Penyelesaian:

   Perhatikan Δ ACH, AC, AH, dan CH merupakan diagonal bidang kubus, berarti Δ ACH adalah segitiga sama sisi.
   $AC = AH = CH = 10\sqrt{2}$ cm.

   Dengan demikian, jarak titik H ke garis AC merupakan garis tinggi dari Δ ACH, yaitu OH.

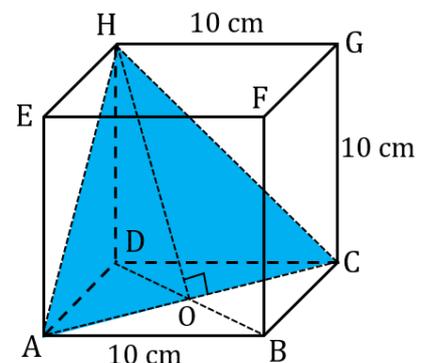
   $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(10\sqrt{2}) = 5\sqrt{2}$ cm.

   Δ AOH siku-siku di O, dengan Teorema Pythagoras diperoleh:

   $(OH)^2 = (AH)^2 - (OA)^2$

   $OH = \sqrt{AH^2 - OA^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2}\right)^2 - \left(5\sqrt{2}\right)^2}$

   $= \sqrt{200 - 50} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$

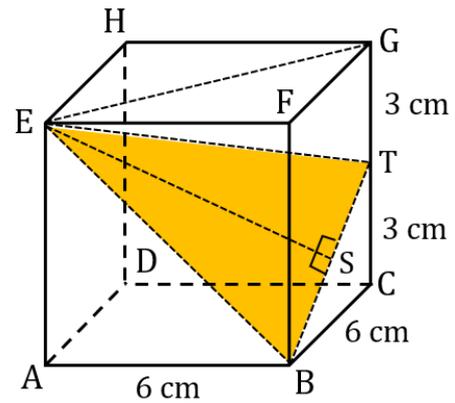
   Jadi, jarak titik H ke garis AC adalah $5\sqrt{6}$ cm.

3. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik T adalah titik tengah CG. Hitung jarak titik E ke garis BT.

Alternatif Penyelesaian:

Perhatikan ∆ BCT siku-siku di C, sehingga:
$(BT)^2 = (BC)^2 + (CT)^2$

$$BT = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Perhatikan ∆ EGT siku-siku di G, sehingga:
$(ET)^2 = (EG)^2 + (GT)^2$

$$ET = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{72+9} = \sqrt{81} = 9$$

Panjang BE = $6\sqrt{2}$, karena BE adalah diagonal bidang kubus.

Perhatikan ∆ EBT di samping. ∆ EBT merupakan segitiga sembarang.

Berdasarkan Teorema Pythagoras pada ∆ ESB diperoleh:

$(ES)^2 = (EB)^2 - (BS)^2$

$(ES)^2 = (6\sqrt{2})^2 - x^2$

Berdasarkan Teorema Pythagoras pada ∆ EST diperoleh:

$(ES)^2 = (ET)^2 - (TS)^2$

$(ES)^2 = 9^2 - (3\sqrt{5} - x)^2$

Sehingga diperoleh:

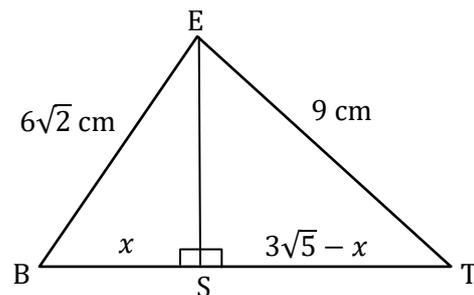
$$\left(6\sqrt{2}\right)^2 - x^2 = 9^2 - \left(3\sqrt{5} - x\right)^2$$
$$72 - x^2 = 81 - (45 - 6x\sqrt{5} + x^2)$$
$$72 = 81 - 45 + 6x\sqrt{5}$$
$$72 = 36 + 6x\sqrt{5}$$
$$x = \frac{36}{6\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$$

Substitusikan nilai x ke ekspresi $(ES)^2 = (6\sqrt{2})^2 - x^2$, diperoleh:

$(ES)^2 = (6\sqrt{2})^2 - (\frac{6}{5}\sqrt{5})^2$

$(ES)^2 = 72 - \frac{36}{5} = \frac{324}{5}$

$$ES = \sqrt{\frac{324}{5}} = \frac{18}{\sqrt{5}} = \frac{18}{5}\sqrt{5}$$

Jadi, jarak titik E ke BT adalah $\frac{18}{5}\sqrt{5}$ cm.

4. Diketahui limas segiempat beraturan T.ABCD dengan AB = BC = $5\sqrt{2}$ cm dan TA = 13 cm. Hitung jarak titik A ke garis TC.

Alternatif Penyelesaian:

Misal P proyeksi titik A ke ruas garis TC.
Jarak titik A ke rusuk TC adalah AP.
AC diagonal bidang alas, AC = $5\sqrt{2}.\left(\sqrt{2}\right) = 10$

$$OA = OC = \frac{1}{2}.AC = \frac{1}{2}.(10) = 5$$

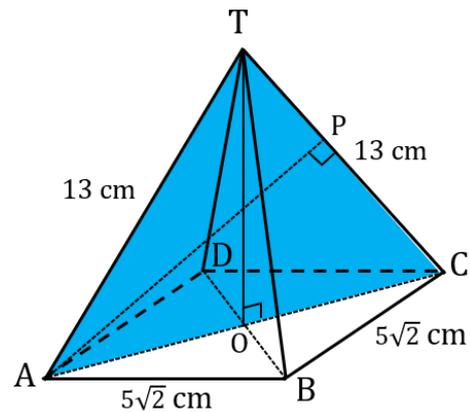
$$TO = \sqrt{TC^2 - OC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$= \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

Luas Δ TBC dapat dihitung dengan dua sudut pandang, yaitu:

$\frac{1}{2} \times AC \times TO = \frac{1}{2} \times TC \times AP$

$AP = \frac{AC \times TO}{TC} = \frac{10 \times 12}{13} = \frac{120}{13}$

Jadi, jarak titik A ke garis TC adalah $\frac{120}{13}$ cm.

5. Diketahui limas segi enam beraturan T.ABCDEF dengan panjang rusuk AB = 10 cm dan AT =13 cm. Tentukan jarak antara titik B dan rusuk TE.

Alternatif Penyelesaian:

Alas limas berbentuk segi enam beraturan, berarti OE = OB = AB = 10 cm

Misal jarak titik B ke rusuk TE adalah panjang ruas garis BP.

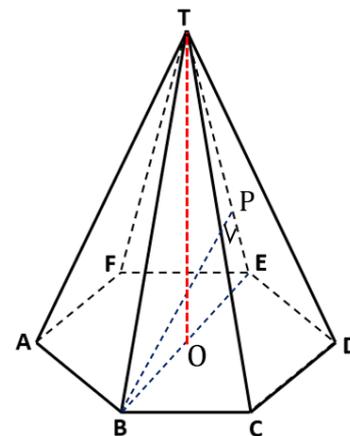
TO = $\sqrt{TE^2 - OE^2} = \sqrt{13^2 - 10^2}$

$= \sqrt{169 - 100} = \sqrt{69}$

Luas Δ TEB = Luas Δ TBE

$\frac{1}{2} \times BE \times TO = \frac{1}{2} \times TE \times BP$

$BP = \frac{BE \times TO}{TE} = \frac{20 \times \sqrt{69}}{13} = \frac{20\sqrt{69}}{13}$

Jadi, jarak titik B ke rusuk TE adalah $\frac{20\sqrt{69}}{13}$ cm.

6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. Titik M adalah titik tengah BC. Tentukan jarak M ke EG

Alternatif Penyelesaian:

Misal jarak M ke ruas garis EG adalah PM

Perhatikan segitiga BOC dan MNC, segitiga tersebut sebangun, sehingga

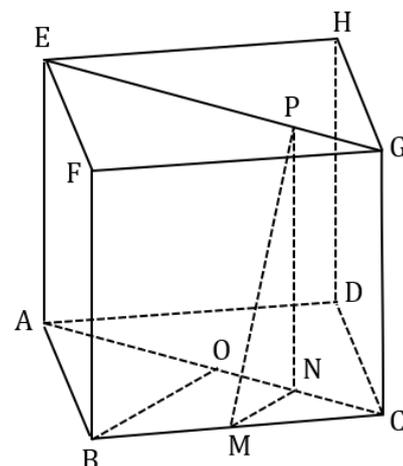
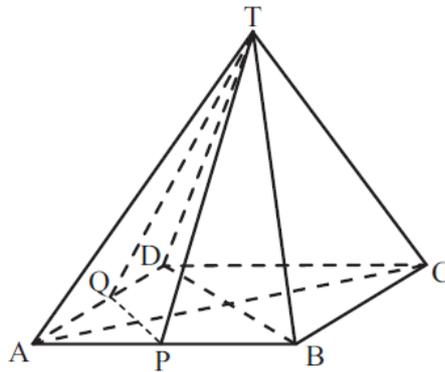
$\frac{MN}{MC} = \frac{BO}{BC} \rightarrow MN = \frac{BO}{BC}.MC = \frac{4\sqrt{2}}{8}.4 = 2\sqrt{2}$

$PM = \sqrt{PN^2 + MN^2}$

$= \sqrt{8^2 + (2\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{64 + 8}$

$= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

Jadi, jarak M ke EG adalah $6\sqrt{2}$ cm.

7. Perhatikan limas segi empat beraturan berikut.

Titik P dan Q berturut-turut adalah titik tengah rusuk AB dan AD. Jika panjang AB = TA = 12 cm, tentukan jarak antara titik T dan garis PQ.

Alternatif Penyelesaian:

$\text{TP} = \sqrt{\text{TB}^2 - \text{PB}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm.

Misal S adalah titik tengah QP. Jarak titik T dan garis PQ adalah TS.

BD diagonal bidang, BD = $12\sqrt{2}$ cm

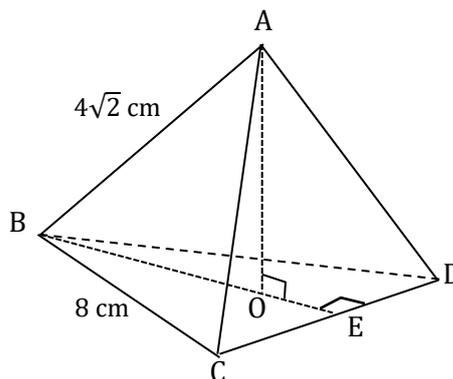
Δ APQ dan Δ ABD sebangun , sehingga diperoleh:

$$\frac{\text{AP}}{\text{AB}} = \frac{\text{PQ}}{\text{BD}} \rightarrow \text{PQ} = \frac{\text{AP}}{\text{AB}} \times \text{BD} = \frac{6}{12} \times 12\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{PS} = \frac{1}{2}\text{PQ} = \frac{1}{2}\left(6\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}$$

$$\text{TS} = \sqrt{\text{TP}^2 - \text{PS}^2} = \sqrt{\left(\sqrt{108}\right)^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{108 - 18} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

Jadi, jarak antara titik T dan garis PQ adalah $3\sqrt{10}$ cm.

8. Perhatikan gambar limas segitiga beraturan berikut.

Titik E merupakan titik tengah rusuk CD. Panjang BC = 8 cm dan AB = $4\sqrt{2}$ cm. Hitung jarak titik A ke garis BE.

Alternatif Penyelesaian:

O adalah titik berat Δ BCD. Proyeksi titik A pada bidang BCD adalah titik O.
Perhatikan Δ BCE.

$$BE = \sqrt{(BC)^2 - (CE)^2} = \sqrt{12^2 - 6^2}$$
$$= \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$BO = \frac{2}{3}BE = \frac{2}{3}\left(6\sqrt{3}\right) = 4\sqrt{3}$$

Perhatikan Δ ABO

$$AO = \sqrt{(AB)^2 - (BO)^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{3})^2}$$
$$= \sqrt{72 - 48} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Jadi, titik A ke garis BE adalah AO = $2\sqrt{6}$ cm.

E. Penilaian Diri

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda pada kolom pilihan.

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1	Apakah Anda dapat membedakan jenis segitiga?	○	○
2	Apakah Anda tahu cara menghitung luas segitiga?	○	○
3	Apakah Anda dapat menggambar bangun ruang bidang datar seperti kubus, balok, limas, dan prisma?	○	○
4	Apakah Anda dapat membedakan rusuk, diagonal bidang, dan diagonal ruang?	○	○
5	Apakah Anda tahu prosedur menentukan jarak titik ke garis?	○	○
6	Apakah Anda dapat menentukan jarak titik ke garis pada ruang bidang datar?	○	○
JUMLAH			

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3
JARAK TITIK KE BIDANG PADA RUANG BIDANG DATAR

A. Tujuan Pembelajaran

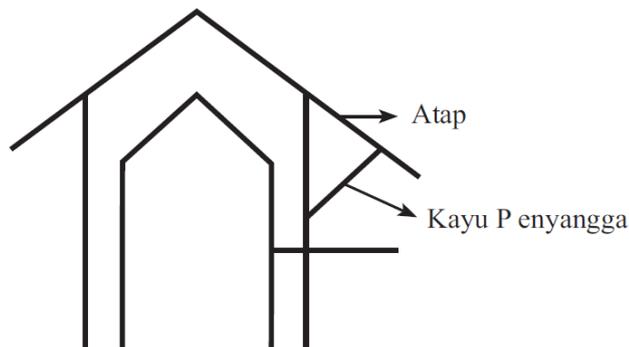
Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini diharapkan kalian dapat mendeskripsikan jarak titik ke bidang dalam ruang, menjelaskan prosedur menentukan jarak titik ke bidang, dan menentukan jarak titik ke bidang dalam ruang bidang datar.

B. Uraian Materi

Konsep Jarak Titik ke Bidang

Mari Mengamati

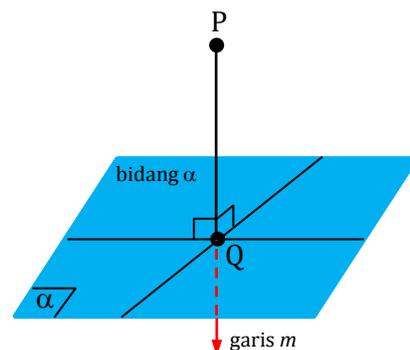
Tiang penyangga dibuat untuk menyangga atap suatu gedung. Tiang penyangga ini menghubungkan suatu titik pada salah satu sisi gedung dan suatu titik pada bidang atap seperti ditunjukkan pada Gambar 1.

Gambar 1. Tiang Penyangga Atap bangunan
Sumber: https://idea.grid.id/read/09691558/batu-alam-mencerahkan-tampilan-fasad

Gambar 2. Tampak Samping Tiang Penyangga Atap Bangunan

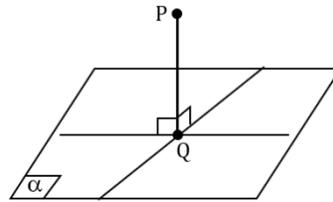
Apabila dibuat gambar tampak samping diperoleh seperti pada Gambar 2.
Dari Gambar 2, cermati gambar kayu penyangga dan atap. Dapatkah Anda menentukan kondisi atau syarat agar panjang kayu penyangga seminimal mungkin?

Ayo Mengamati

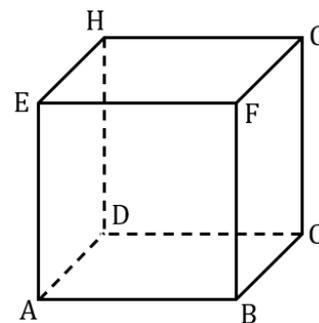
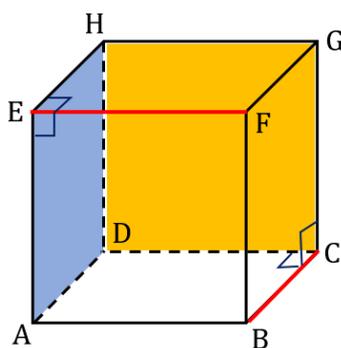
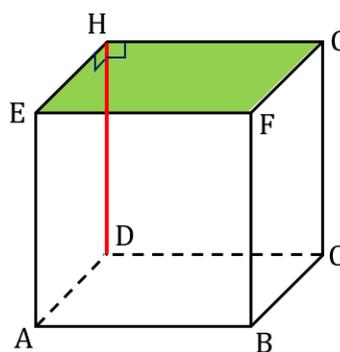
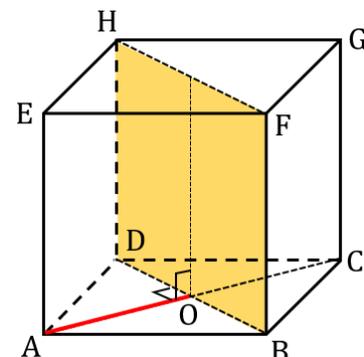
Perhatikan gambar di samping.
Titik P terletak di luar bidang α.
Jarak titik P ke bidang α merupakan panjang ruas garis tegak lurus yang menghubungkan titik P ke titik tembus pada bidang α.

Panjang ruas garis PQ = jarak titik P ke bidang α.

Langkah-langkah menentukan jarak titik P ke bidang α sebagai berikut:

1. Dari titik P, tarik garis *m* yang tegak lurus terhadap bidang α . Ingat garis *m* tegak lurus bidang α apabila garis *m* sedikitnya tegak lurus terhadap dua garis yang berpotongan pada bidang α.
2. Tentukan titik tembus garis *m* terhadap bidang α . Misalkan titik tembus ini adalah titik Q, jarak titik P ke bidang α adalah panjang ruas garis PQ.

Pengertian Jarak Titik ke Bidang

Contoh 1.

Diketahui kubus ABCD.EFGH. Manakah yang merupakan jarak antara titik dan bidang berikut.

a. titik B ke bidang DCGH?
b. titik F ke bidang ADHE?
c. titik D ke bidang EFGH?
d. titik A ke bidang BDHF?

Jawab:

(a) dan (b) (c) (d)

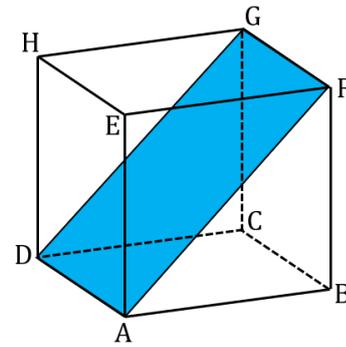
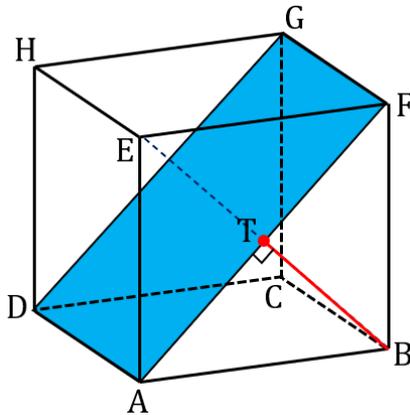
a. Jarak titik B ke bidang DCGH adalah panjang ruas garis BC, karena ruas garis BC tegak lurus bidang DCGH.

b. Jarak titik F ke bidang ADHE adalah panjang ruas garis FE, karena ruas garis FE tegak lurus bidang ADHE.

c. Jarak titik D dengan bidang EFGH adalah panjang ruas garis DH, karena ruas garus DH tegak lurus bidang CDHG.

d. Jarak titik A dengan bidang BDHF adalah panjang ruas garis AO, karena ruas garis AO tegak lurus bidang BDHF.

Contoh 2.

Diberikan kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Titik A, F, G, dan D dihubungkan sehingga terbentuk bidang AFGD seperti gambar di samping. Berapakah jarak titik B ke bidang AFGD?

Jawab:

Untuk menentukan jarak titik B ke bidang AFGD dapat ditentukan dengan mencari panjang ruas garis yang tegak lurus dengan bidang AFGD dan melalui titik B.

Ruas garis BT tegak lurus dengan bidang AFGD, sehingga jarak titik B ke bidang AFGD adalah panjang ruas garis BT.

Titik T adalah titik tengah diagonal AF, karena diagonal AF dan BE pada kubus berpotongan tegak lurus, dan perpotongannya di titik T.

Panjang diagonal AF = $6\sqrt{2}$, sehingga panjang AT = $\frac{1}{2}\text{AF} = \frac{1}{2}\left(6\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{2}$.

Karena BT tegak lurus bidang AFGD, maka segitiga ATB adalah segitiga siku-siku di T. Dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} \text{TB}^2 &= \text{AB}^2 - \text{AT}^2 \\ &= 6^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2 \\ &= 36 - 18 = 18 \\ \text{TB} &= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik B ke bidang AFGD adalah $3\sqrt{2}$ cm.

Contoh 3.

Diberikan limas T.ABCD dengan alas persegi. Titik O adalah perpotongan diagonal AC dan BD. Jika AB = BC = CD = AD = 6 cm, TA = TB = TC = TD = $3\sqrt{6}$ cm dan tinggi limas TO = 6 cm, berapakah jarak antara titik O dengan bidang TBC?

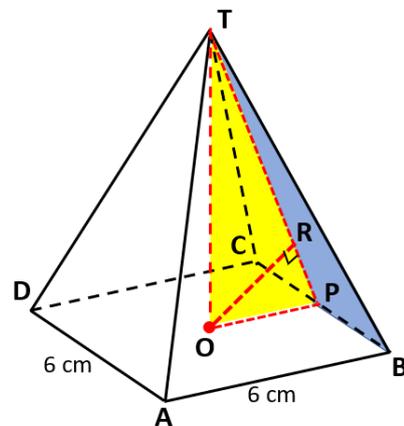
Jawab:

Untuk menentukan jarak titik O ke bidang TBC, dibuat ruas garis OP dengan OP sejajar AB.

OP = $\frac{1}{2}\text{AB} = \frac{1}{2}(6) = 3$ cm dan TO = 6 cm.

Misal titik R terletak pada bidang TBC, titik R terletak pada TP dan TP terletak pada bidang TBC dan OR tegak lurus TP.

Perhatikan segitiga TOP siku-siku di O, sehingga dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$\text{TP}^2 = \text{TO}^2 + \text{OP}^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$
$\text{TP} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$

Jarak titik O ke bidang TBC adalah panjang ruas garis OR. Panjang ruas garis OR dapat dihitung dengan menggunakan Luas Δ POT dari dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta \text{ POT} = \frac{1}{2} \times \text{OP} \times \text{TO} = \frac{1}{2} \times \text{OR} \times \text{TP}$$

Sehingga diperoleh

$$\text{OP} \times \text{TO} = \text{OR} \times \text{TP}$$

$$\text{OR} = \frac{\text{OP} \times \text{TO}}{\text{TP}}$$

$$\text{OR} = \frac{3 \times 6}{3\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$$

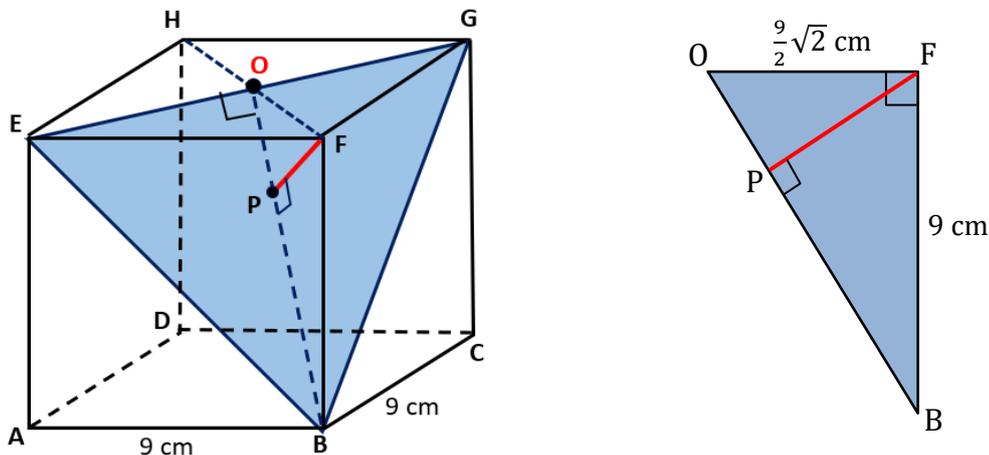
Jadi, jarak titik O ke bidang TBC adalah $\frac{6}{5}\sqrt{5}$ cm.

Contoh 4.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 9 cm. Buat ilustrasi kubus dan langkah menentukan jarak titik F ke bidang BEG. Kemudian hitunglah jarak titik F ke bidang BEG.

Jawab:

Langkah menentukan jarak titik F ke bidang BEG.

a. Hubungkan titik F dengan titik H, diperoleh perpotongan ruas garis HF dengan BEG. Misal perpotongan tersebut titik O.
b. Hubungkan titik O dengan titik B. Karena titik O dan titik B terletak pada bidang BEG, ruas garis OB terletak pada bidang BEG.
c. Misal P adalah proyeksi titik F pada bidang BEG. Jarak titik F ke bidang BEG adalah panjang ruas garis FP.

FH adalah diagonal bidang, sehingga panjang FH = $9\sqrt{2}$ cm.

Panjang OF $= \frac{1}{2}\text{FH} = \frac{9}{2}\sqrt{2}$ cm.

Segitiga BOF siku-siku di F, sehingga dengan Teorema Pythagoras diperoleh

$$\text{BO}^2 = \text{BF}^2 + \text{OF}^2$$

$$= 9^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2 = 81 + \frac{81}{2} = \frac{243}{2}$$

$$BO = \sqrt{\frac{243}{2}} = \sqrt{\frac{81 \times 3}{2}} = 9\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2}\sqrt{6}$$

Panjang ruas garis FP dapat dihitung dengan menggunakan Luas Δ BOF dari dua sudut pandang, yaitu

$$\text{Luas } \Delta \text{ BOF} = \frac{1}{2} \times OF \times BF = \frac{1}{2} \times OB \times FP$$

Sehingga diperoleh

$$OF \times BF = OB \times FP$$

$$FP = \frac{OF \times BF}{OB}$$

$$FP = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{2} \times 9}{\frac{9}{2}\sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

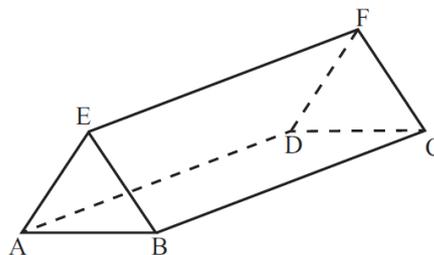
$$FP = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

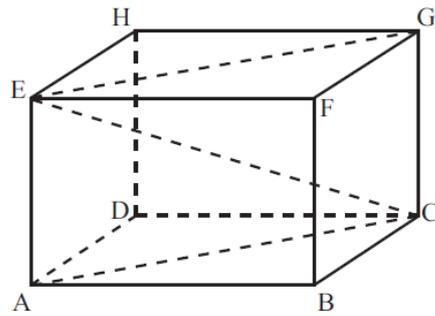
Jadi, jarak titik F ke bidang BEG adalah $3\sqrt{3}$ cm.

C. Rangkuman

- Misal P adalah titik dan α adalah bidang. Jarak antara P dengan bidang α adalah panjang ruas garis dari PQ, dengan Q di bidang α dan PQ tegak lurus bidang α.
- Suatu garis g dikatakan tegak lurus bidang α apabila garis g sedikitnya tegak lurus terhadap dua garis yang berpotongan pada bidang α.
- Teorema Pythagoras dan rumus luas segitiga sangat penting untuk menghitung jarak suatu titik ke bidang dalam ruang bidang datar.

D. Latihan Soal

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH yang panjang rusuknya 8 cm. Titik Q adalah titik tengah rusuk BF. Tentukan jarak titik H ke bidang ACQ.
2. Suatu kepanitiaan membuat papan nama dari kertas yang membentuk bangun seperti berikut.

Ternyata ABE membentuk segitiga sama sisi, panjang BF = 13 cm dan BC = 12 cm. Tentukan jarak antara titik A dan bidang BCFE!

3. Dari gambar di bawah, jika diketahui panjang AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan EC = $5\sqrt{5}$ cm, tentukan jarak antara titik B dan bidang ACE.

4. Diketahui limas segitiga beraturan T.ABC. Panjang AB = 6 cm dan TA = 8 cm. Tentukan jarak antara titik T dengan bidang ABC.
5. Diketahui luas permukaan kubus ABCD.EFGH adalah 294 cm^2. Tentukan:
   a. Jarak antara titik F ke bidang ADHE.
   b. Jarak antara titik B ke bidang ACH.
6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk *a* cm. P dan Q masing-masing merupakan titik tengah AB dan CD, sedangkan R merupakan titik potong EG dan FH. Tentukan jarak titik R ke bidang EPQH.
7. Diketahui limas beraturan T.ABCD dengan AB = 8 cm dan TA = 12 cm. Hitung jarak titik T ke bidang ABCD.
8. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Hitung jarak titik G ke bidang BDE.

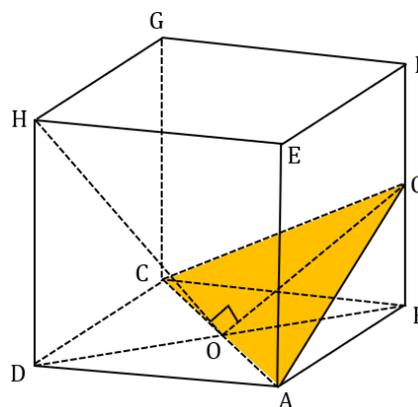
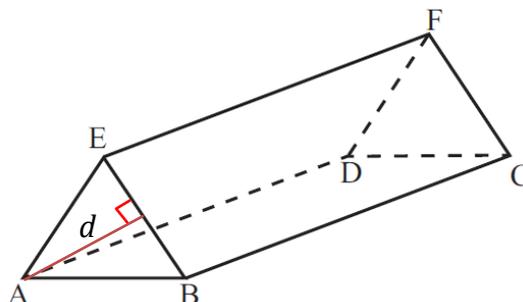
PEMBAHASAN LATIHAN SOAL KEGIATAN PEMBELAJARAN 3

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH yang panjang rusuknya 8 cm. Titik Q adalah titik tengah rusuk BF. Tentukan jarak titik H ke bidang ACQ.

   Alternatif Penyelesaian:

   HO $\perp$ AC sehingga jarak titik H ke bidang ACQ adalah HO.

   $$HO = \sqrt{(DO)^2 + (DH)^2}$$
   $$= \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (8)^2} = \sqrt{32 + 64}$$
   $$= \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

   Jadi, jarak titik H ke bidang ACQ adalah $4\sqrt{6}$ cm.

2. Suatu kepanitiaan membuat papan nama dari kertas yang membentuk bangun seperti berikut.

   Ternyata ABE membentuk segitiga sama sisi, panjang BF = 13 cm dan BC = 12 cm. Tentukan jarak antara titik A dan bidang BCFE!

   Alternatif Penyelesaian:

   Misal jarak titik A dengan bidang BCFE adalah d

   $$EB = \sqrt{(BF)^2 - (EF)^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$$

   $$d = \sqrt{(AB)^2 - (\frac{1}{2}EB)^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2}$$
   $$= \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

   Jadi, jarak titik A dengan bidang BCFE adalah $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ cm.

3. Diketahui panjang AB = 8 cm, BC = 6 cm, dan EC = $5\sqrt{5}$ cm, tentukan jarak antara titik B dan bidang ACE.

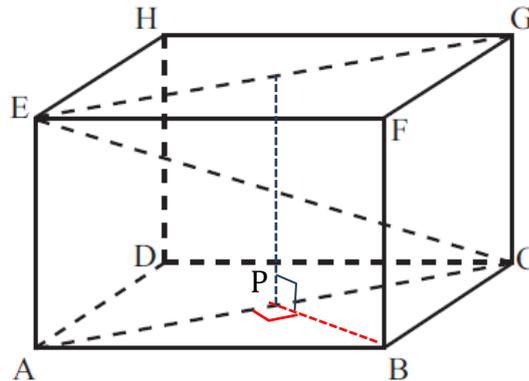
   Alternatif Penyelesaian:

   $$AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

   Jarak antara titik B dan bidang ACE adalah BP.

   Δ ABC siku-siku di C, sehingga diperoleh:

$$BP = \frac{AB \times BC}{AC} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4{,}8$$

Jadi, jarak antara titik B dan bidang ACE adalah 4,8 cm.

4. Diketahui limas segitiga beraturan T.ABC. Panjang AB = 6 cm dan TA = 8 cm. Tentukan jarak antara titik T dengan bidang ABC.

Alternatif Penyelesaian:

Dari gambar di samping, jarak antara titik T dengan bidang ABC adalah ruas garis TO. TO ⊥ PB, sehingga

$$TO = \sqrt{(TB)^2 - (BO)^2}$$

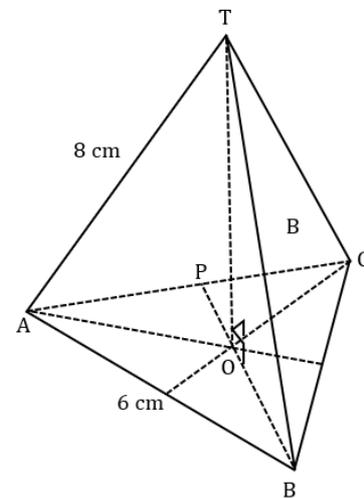
Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi sehingga AB = BC = CA = 6 cm, sedangkan PA = 3 cm.

Panjang $PB = \sqrt{(AB)^2 - (PA)^2} = \sqrt{6^2 - 3^2}$

$= \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$$OB = \frac{2}{3}PB = \frac{2}{3}(3\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

$$TO = \sqrt{(TB)^2 - (BO)^2} = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{64 - 12} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

Jadi, jarak titik T ke bidang ABC adalah $2\sqrt{13}$ cm.

5. Diketahui luas permukaan kubus ABCD.EFGH adalah 294 cm². Tentukan:
   a. Jarak antara titik F ke bidang ADHE.
   b. Jarak antara titik B ke bidang ACH.

Alternatif Penyelesaian:

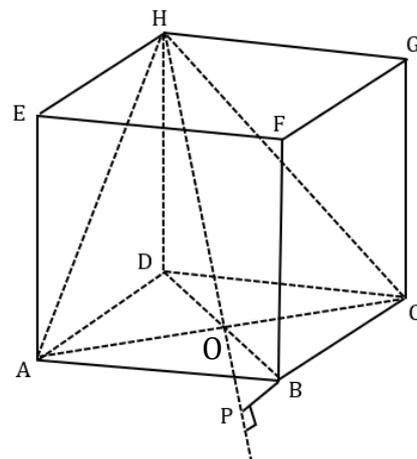
Diketahui luas permukaan kubus ABCD.EFGH adalah 294 cm².

Maka panjang rusuk kubus = $\sqrt{\frac{294}{6}} = \sqrt{49} = 7$

a. Jarak antara titik F ke bidang ADHE adalah ruas garis FE = 7 cm.

b. Perhatikan gambar di atas. BP ⊥ HO, sehingga BP merupakan jarak antara titik B dengan bidang ACH.

   AC = BD = AH = $7\sqrt{2}$ (diagonal bidang)

   AO = BO = $\frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(7\sqrt{2}) = \frac{7}{2}\sqrt{2}$

$$HO = \sqrt{(AH)^2 - (AO)^2} = \sqrt{\left(7\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{98 - \frac{49}{2}} = \sqrt{\frac{343}{4}} = \frac{7}{2}\sqrt{6}$$

Perhatikan Δ HDO dan Δ BPO sebangun,
sehingga diperoleh

$$\frac{DH}{BP} = \frac{HO}{BO} \Leftrightarrow \frac{7}{BP} = \frac{\frac{7}{2}\sqrt{6}}{\frac{7}{2}\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{7}{BP} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow BP = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7}{3}\sqrt{3}$$

Jadi, jarak titik B ke bidang ACH adalah $\frac{7}{3}\sqrt{3}$ cm.

6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a cm. P dan Q masing-masing merupakan titik tengah AB dan CD, sedangkan R merupakan titik potong EG dan FH. Tentukan jarak titik R ke bidang EPQH.

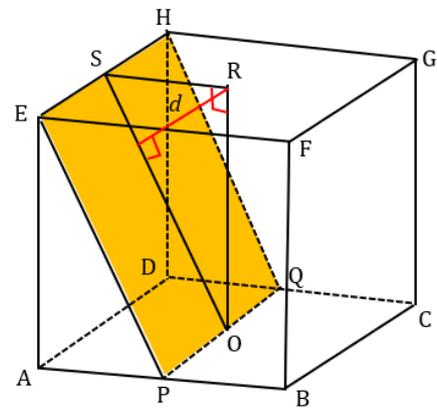
Alternatif Penyelesaian:

Misal jarak titik R ke bidang EPQH adalah d

SR = $\frac{1}{2}a$ dan OR = a

$$SO = \sqrt{(SR)^2 + (OR)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + a^2} = \sqrt{\frac{5}{4}a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$$

$$d = \frac{SR \times OR}{SO} = \frac{\frac{1}{2}a \times a}{\frac{a}{2}\sqrt{5}} = \frac{\frac{1}{2}a^2}{\frac{a}{2}\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{a}{5}\sqrt{5}$$

Jadi, jarak titik R ke bidang EPQH adalah $\frac{a}{5}\sqrt{5}$ cm.

7. Diketahui limas beraturan T.ABCD dengan AB = 8 cm dan TA = 12 cm. Hitung jarak titik T ke bidang ABCD.

Alternatif Penyelesaian:

Jarak titik T ke bidang ABCD merupakan tinggi dari limas, yaitu TO.

Dengan Teorema Pythagoras diperoleh $(TO)^2 = (TP)^2 - (OP)^2$

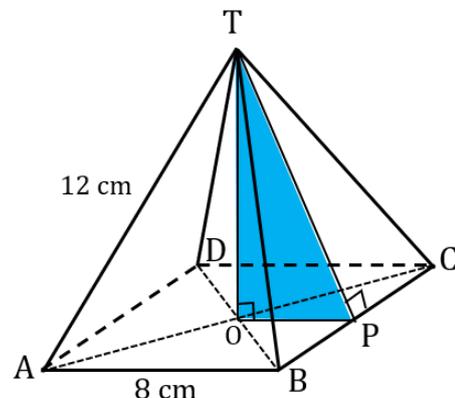
Perhatikan Δ TPC siku-siku di P, sehingga:

$$TP = \sqrt{(TC)^2 - (CP)^2} = \sqrt{12^2 - 4^2}$$
$$= \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \text{ cm.}$$

OP = $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(8) = 4$ cm.

Perhatikan Δ TOP siku-siku di O, sehingga:

$$TO = \sqrt{(TP)^2 - (OP)^2} = \sqrt{(\sqrt{128})^2 - 4^2}$$
$$= \sqrt{128 - 16} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

Jadi, jarak titik T ke bidang ABCD adalah TO = $4\sqrt{7}$ cm.

8. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Hitung jarak titik G ke bidang BDE.

Alternatif Penyelesaian:

AC = BE = BD = DE = $12\sqrt{2}$ (diagonal bidang)

AG = $12\sqrt{3}$ (diagonal ruang)

OB = OA = $\frac{1}{2}\text{AC} = \frac{1}{2}\left(12\sqrt{2}\right) = 6\sqrt{2}$

Perhatikan Δ BDE merupakan segitiga sama sisi (BD = BE = DE), sehingga diperoleh

OE = $\sqrt{(\text{BE})^2 - (\text{OB})^2}$

$= \sqrt{\left(12\sqrt{2}\right)^2 - \left(6\sqrt{2}\right)^2}$

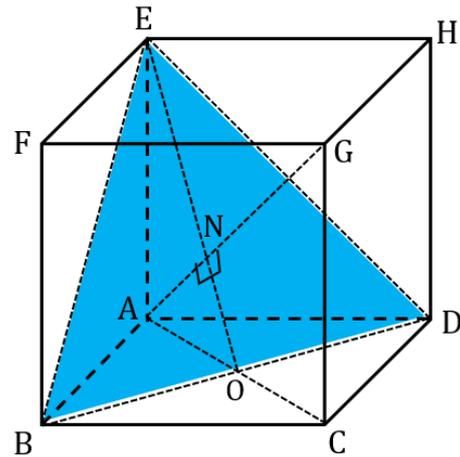
$= \sqrt{288 - 72} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$

Perhatikan Δ OAE siku-siku di A, sehingga diperoleh

$$\text{AN} = \frac{\text{OA} \times \text{AE}}{\text{OE}} = \frac{6\sqrt{2} \times 12}{6\sqrt{6}}$$

$$= \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

GN = AG – AN $= 12\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

Jadi, jarak titik G ke bidang BDE adalah GN = $8\sqrt{3}$ cm.

E. Penilaian Diri

Isilah pertanyaan pada tabel di bawah ini sesuai dengan yang kalian ketahui, berilah penilaian secara jujur, objektif, dan penuh tanggung jawab dengan memberi tanda pada kolom pilihan.

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1	Apakah Anda dapat menggunakan Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang sisi segitiga?	◯	◯
2	Apakah Anda tahu cara menghitung luas segitiga?	◯	◯
3	Apakah Anda dapat menggambar bangun ruang bidang datar seperti kubus, balok, limas, dan prisma?	◯	◯
4	Apakah Anda dapat membedakan rusuk, diagonal bidang, dan diagonal ruang?	◯	◯
5	Apakah Anda tahu prosedur menentukan jarak titik ke bidang dalam ruang bidang datar?	◯	◯
6	Apakah Anda dapat menentukan jarak titik ke bidang pada ruang bidang datar?	◯	◯
JUMLAH			

Catatan:
Bila ada jawaban "Tidak", maka segera lakukan review pembelajaran,
Bila semua jawaban "Ya", maka Anda dapat melanjutkan ke pembelajaran berikutnya.

EVALUASI

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 4 cm. Jarak titik H ke titik potong diagonal alas kubus adalah ….
   A. 6
   B. $2\sqrt{6}$
   C. 4
   D. $2\sqrt{3}$
   E. $2\sqrt{2}$

2. Diketahui limas beraturan T.ABCD dengan panjang BC = 6 cm dan TC = 5 cm. Titik S adalah titik potong diagonal AC dan BD. Jarak titik T ke titik S adalah ….
   A. $\sqrt{7}$ cm
   B. 3 cm
   C. $\sqrt{13}$ cm
   D. 4 cm
   E. $3\sqrt{2}$ cm

3. Diketahui limas segiempat empat beraturan T.PQRS dengan panjang PQ = 4 cm dan TP = 8 cm. Jarak titik A ke garis rusuk TR adalah ….
   A. $\sqrt{14}$ cm
   B. $\sqrt{28}$ cm
   C. $2\sqrt{14}$ cm
   D. $3\sqrt{14}$ cm
   E. $2\sqrt{28}$ cm

4. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 6 cm. Jarak titik E ke garis AG adalah ….
   A. $2\sqrt{3}$ cm
   B. $3\sqrt{2}$ cm
   C. $2\sqrt{6}$ cm
   D. $3\sqrt{6}$ cm
   E. $6\sqrt{2}$ cm

5. Diketahui kubus ABCD.EFGH memiliki panjang rusuk 6 cm. Jarak titik G ke diagonal BE = ….
   A. $3\sqrt{6}$ cm
   B. $6\sqrt{6}$ cm
   C. $9\sqrt{6}$ cm
   D. $3\sqrt{10}$ cm
   E. $9\sqrt{10}$ cm

6. Diketahui limas T.ABCD dengan ABCD adalah persegi yang memiliki panjang AB = 4 cm dan TA = 6 cm. Jarak titik C ke garis AT = ….
   A. $\frac{1}{4}\sqrt{14}$ cm
   B. $\frac{2}{3}\sqrt{14}$ cm

C. $\frac{3}{4}\sqrt{14}$ cm
D. $\frac{4}{3}\sqrt{14}$ cm
E. $\frac{3}{2}\sqrt{14}$ cm

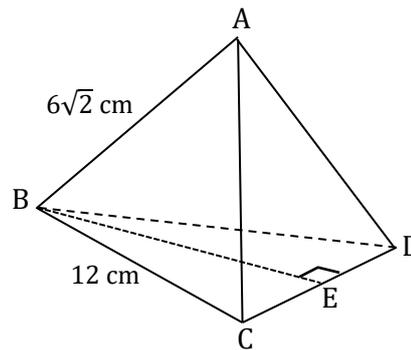
7. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 9 cm. Titik T terletak pada pertengahan garis HF. Jarak titik A ke garis CT adalah ….
A. $5\sqrt{3}$ cm
B. $6\sqrt{2}$ cm
C. $6\sqrt{3}$ cm
D. $6\sqrt{6}$ cm
E. $7\sqrt{3}$ cm

8. Diketahui balok KLMN.PQRS dengan KL = 3 cm, LM = 4 cm, dan KP = 12 cm. Jarak titik R ke garis PM adalah ….
A. $\frac{35}{13}$ cm
B. $\frac{40}{13}$ cm
C. $\frac{45}{13}$ cm
D. $\frac{50}{13}$ cm
E. $\frac{60}{13}$ cm

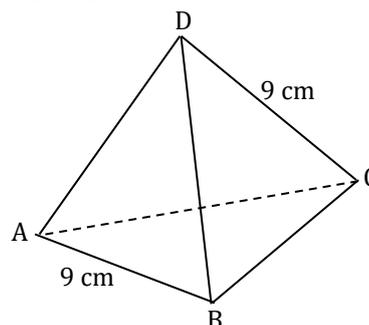
9. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Jarak titik H ke garis AC adalah ….
A. $8\sqrt{3}$ cm
B. $8\sqrt{2}$ cm
C. $4\sqrt{6}$ cm
D. $4\sqrt{3}$ cm
E. $4\sqrt{2}$ cm

10. Panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah 12 cm. Jika P titik tengah CG, maka jarak titik P dengan garis HB adalah ….
A. $8\sqrt{5}$ cm
B. $6\sqrt{5}$ cm
C. $6\sqrt{3}$ cm
D. $6\sqrt{2}$ cm
E. 6 cm

11. Pada kubus ABCD.EFGH, panjang rusuk 8 cm. Jarak titik E dengan bidang BDG adalah….
A. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ cm
B. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ cm
C. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ cm
D. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ cm
E. $\frac{16}{3}\sqrt{3}$ cm

12. Limas ABCD pada gambar di samping merupakan limas segitiga beraturan. Jarak titik A ke garis BE adalah ….
    A. $3\sqrt{2}$ cm
    B. $2\sqrt{6}$ cm
    C. 6 cm
    D. $4\sqrt{3}$ cm
    E. 8 cm

13. Pada kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm, jarak titik B ke diagonal ruang AG adalah ….
    A. $\sqrt{5}$ cm
    B. $2\sqrt{5}$ cm
    C. $3\sqrt{5}$ cm
    D. $2\sqrt{6}$ cm
    E. $3\sqrt{6}$ cm

14. Jarak titik H ke bidang ACF dalam kubus ABCD.EFGH yang panjang rusuknya p adalah….
    A. $\frac{1}{3}p$
    B. $\frac{1}{4}p\sqrt{3}$
    C. $\frac{1}{2}p\sqrt{2}$
    D. $\frac{1}{2}p\sqrt{3}$
    E. $\frac{2}{3}p\sqrt{3}$

15. Gambar di bawah ini adalah bidang empat beraturan. Jarak antara titik puncak dan bidang alas adalah ….
    A. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ cm
    B. $2\sqrt{3}$ cm
    C. $2\sqrt{6}$ cm
    D. $3\sqrt{6}$ cm
    E. $9\sqrt{6}$ cm

16. Kamar Akbar berbentuk balok dengan ukuran panjang : lebar : tinggi = 5 : 5 : 4. Di langit-langit kamar terdapat lampu yang letaknya tepat pada pusat bidang langit-langit. Pada salah dinding kamar dipasang saklar yang letaknya tepat di tengah-tengah dinding. Jarak saklar ke lampu adalah ….
    A. $\frac{3}{2}$ m
    B. $\frac{5}{2}$ m
    C. $\frac{1}{2}\sqrt{34}$ m

D. $\frac{1}{2}\sqrt{41}$ m
E. $\sqrt{14}$ m

17. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan rusuk 8 cm. M adalah titik tengah EH. Jarak titik M ke AG adalah ….
A. $4\sqrt{6}$ cm
B. $4\sqrt{5}$ cm
C. $4\sqrt{3}$ cm
D. $4\sqrt{2}$ cm
E. 4 cm

18. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a cm. Jarak titik E ke bidang diagonal BDHF adalah ….
A. $\frac{1}{2}a\sqrt{3}$ cm
B. $\frac{1}{2}a\sqrt{2}$ cm
C. $\frac{1}{4}a\sqrt{2}$ cm
D. $\frac{1}{2}a$ cm
E. $\frac{1}{4}a$ cm

19. Diketahui S adalah titik yang terletak di perpanjangan HD pada kubus ABCD.EFGH dengan DS : HD = 1 : 2. Jika panjang rusuk kubus adalah 6 cm, jarak titik F ke titik S adalah ….
A. $5\sqrt{17}$ cm
B. $4\sqrt{17}$ cm
C. $3\sqrt{17}$ cm
D. $2\sqrt{17}$ cm
E. $\sqrt{17}$ cm

20. Diketahui limas segiempat T.ABCD dengan panjang rusuk AB = BC = 8 cm dan TA = 6 cm. Jika P titik tengah BC, maka jarak titik P ke bidang TAD adalah ….
A. $2\sqrt{6}$ cm
B. $\frac{8}{5}\sqrt{5}$ cm
C. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$ cm
D. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ cm
E. $\frac{5}{8}\sqrt{3}$ cm

KUNCI JAWABAN EVALUASI

1. B
2. A
3. B
4. C
5. A
6. D
7. C
8. E
9. C
10. D
11. E
12. B
13. D
14. E
15. D
16. D
17. D
18. B
19. C
20. B

DAFTAR PUSTAKA

Abdur Rahman As’ari, dkk. 2018. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII*. Jakarta: Kemendikbud.

Sukino. 2019. *Matematika SMA/MA Kelas XII IA* (*IPA*). Sidoarjo: PT. Masmedia Buasa Pustaka.

Untung Trisna Suwaji, Himmawati. 2018. *Geometri dan Irisan Kerucut*. Modul Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan Guru Matematika SMA. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.